

УДК 621.452.233

doi: 10.32620/aktt.2025.4sup2.01

О. Е. ХРУЛЄВ, В. В. МУНТЯН

Міжнародне моторне бюро, Немішаєве, Україна

РОЗРОБКА УНІВЕРСАЛЬНОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА КОМП'ЮТЕРНОЇ ПРОГРАМИ ДЛЯ ОНЛАЙН МОДЕЛЮВАННЯ КЛАПАННОГО ТА БЕЗКЛАПАННОГО ПУЛЬСУЮЧИХ ПОВІТРЯНО-РЕАКТИВНИХ ДВИГУНІВ

У зв'язку з появою нових проєктів безпілотних літальних апаратів із пульсуючим повітряно-реактивним двигуном стає актуальним питання моделювання їх параметрів і характеристик. Однак, не зважаючи на велику кількість дослідницьких робіт і розроблених теоретичних моделей робочого процесу, відсутні розрахункові програми, які б відповідали вимогам широкого практичного використання і моделювання пульсуючого двигуна. Тому **предметом дослідження** цієї роботи стали пульсуючі повітряно-реактивні двигуни клапанного та безклапанного типів, а **метою роботи** – створення математичної моделі та реальної програми для моделювання робочого циклу та характеристик пульсуючого повітряно-реактивного двигуна, доступної для широкого кола користувачів. Для цього знадобилося вирішення наступних **завдань**: розробити математичну модель процесів у камері згоряння, системі впуску, резонансній трубі пульсуючого двигуна, розробити та налагодити програму моделювання двигуна, розмістити її на спеціальному вебсайті, а також виконати моделювання відомих двигунів із метою верифікації моделі. **Методи дослідження**. Модель побудована на базі термодинамічної моделі процесу об'ємного горіння та газообміну в камері згоряння, на методі «поршневої» аналогії для нестационарної течії газу та повітря в резонансній трубі пульсуючого двигуна та у впускній трубі безклапанного двигуна. Модель включає математичний опис динаміки руху пелюстки клапана, а також нестационарного процесу теплообміну газу зі стінками. **Результати**. Реалізацію моделі забезпечує вперше розроблена спеціальна онлайн-програма *Pulsejet-Sim*, яка побудована на спеціальній структурі даних із поділом на серверну та клієнтську частини. Програма реалізована як веб-орієнтований програмний сервіс, який у порівнянні з традиційними десктопними пакетами та програмами не вимагає завантаження в комп'ютер користувача. Це дозволяє виконати миттєвий розрахунок із використанням серверних ресурсів та безпечного зберігання даних у хмарному сховищі. **Висновки**. Виконано попереднє математичне моделювання відомих пульсуючих повітряно-реактивних двигунів, яке показало загалом задовільне якісне та кількісне узгодження результатів моделювання (помилка менше 10%) з наявними експериментальними даними за основними параметрами. Отримано раніше невідомі характеристики пульсуючих повітряно-реактивних двигунів, у тому числі індикаторні діаграми.

Ключові слова: БПЛА; пульсуючий повітряно-реактивний двигун; ПуПРД; клапанний; безклапанний; модель поршневої аналогії; індикаторна діаграма.

Вступ

Незважаючи на те, що пульсуючий повітряно-реактивний двигун (ПуПРД) відіграв в історії авіації значну роль, продемонструвавши ефективність простої та недорогій військової технології при її масовому застосуванні [1], йому виявилися властиві не лише переваги, а й серйозні недоліки. Так, відзначені надмірний шум, що демаскує літальний апарат, значні вібрації, що передаються від двигуна на конструкцію літального апарату [2], надзвичайно висока температура стінок двигуна, що перешкоджає його розміщенню всередині фюзеляжу літального апарату [3], значна витрата палива, що обмежує дальність і тривалість польоту [4], а також обмежений термін слу-

жби впускних клапанів внаслідок комплексного ударного та температурного впливу [5].

Ці недоліки виявилися практично непереборними перешкодами для подальшого розвитку та поширення пульсуючих двигунів в авіації. В результаті пульсуючий двигун виявився затребуваним для вирішення дуже обмеженого кола завдань, зокрема лише для ударних безпілотних літальних апаратів (БПЛА) [6] порівняно невеликої дальності (до декількох сотень кілометрів) і для повітряних мішеней [7], за умови великої серії випуску (рис. 1).

Разом з тим, враховуючи той факт, що клапанний механізм є слабким місцем пульсуючого двигуна класичного клапанного типу, велика кількість робіт була спрямована на створення конструкцій безкла-



Creative Commons Attribution
NonCommercial 4.0 International

панного пульсуючого двигуна [8, 9]. Однак, у більшості випадків не було досягнуто широкого впровадження або практичного застосування, хоча відомі й деякі більш-менш успішні приклади малосерійних конструкцій безклапанних пульсуючих двигунів [10]. Крім цього, при спробі знайти готові та доступні рішення для моделювання новостворюваних двигунів з'ясовується, що на даний момент відсутні загальнодоступні інструменти, які б задовольняли практичні потреби моделювання.

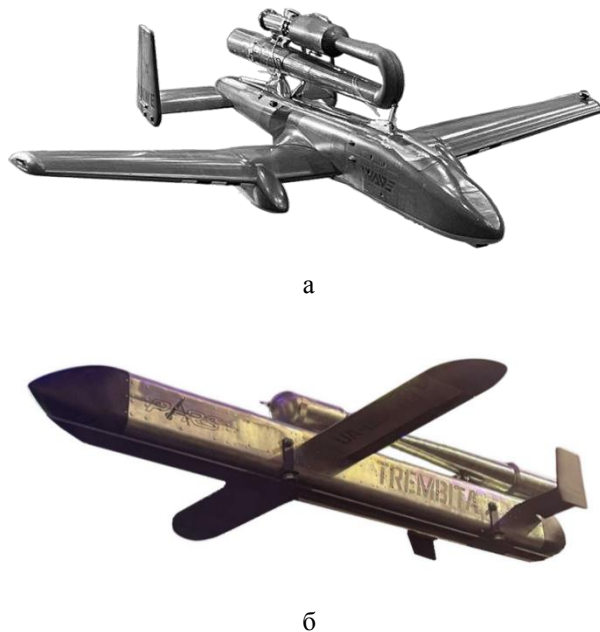


Рис.1. Деякі сучасні БПЛА з пульсуючим двигуном:
а – Scitor від компанії Wave Engine Corporation,
США [11]; б – Трембіта від компанії
ПАРС, Україна [12]

Тобто, за минулі роки було розроблено багато різних теоретичних моделей робочого процесу пульсуючого двигуна, проте жодних придатних для широкого практичного використання розрахункових програм для його моделювання так і не було створено.

1. Огляд літератури та постановка проблеми

Якщо провести аналіз численних джерелз тематики пульсуючих ПРД, то виявиться, що значна частина відомих робіт виконана зовсім не для завдань проектування, не для створення реальних двигунів і не для того, щоб розроблені розрахункові моделі могли скористатися всі бажаючі для проектування нових двигунів. При цьому ніякої нестачі в теоретичних моделях робочого процесу пульсуючого двигуна не виявляється – навпаки, відомо досить багато різних моделей.

Найпершою розрахунковою моделлю вважатимуться модель одного з основоположників класичних пульсуючих повітряно-реактивних двигунів [13] професора Шульц-Грунова – це знаменитий метод характеристик, який професор вперше застосував для розрахунку ПуПРД [14]. Цей метод має своїх прихильників і дуже популярний, оскільки дозволяє розраховувати поширення хвиль у середовищі, що стискається, а саме це і потрібно при моделюванні пульсуючого двигуна. Однак Незважаючи на тривалу історію використання методу характеристик, наразі не відомо про наявність стандартних програм, доступних широкому колу користувачів.

Те саме можна сказати і про інші методи. Деяка кількість відомих наукових праць присвячена термодинамічних моделей пульсуючого двигуна в рамках так званої «поршневої» аналогії руху газу в резонансній випускній трубі [15], коли газ розглядається як «рідкий поршень» [16]. Одним з основоположників даного методу слід визнати радянського вченого професора Е.С.Щетинкова [17], розробки якого, зокрема, створення методик розрахунку ПуПРД, відносяться ще до 40-х років минулого століття. Аналогічний принцип був прийнятий пізніше при дослідженні пульсуючих двигунів та іншими вченими, в тому числі в університеті Цинцинатті [18]. Однак ніяких практично корисних для незалежних користувачів теоретичних моделей, заснованих на дослідженні у цьому університеті аналогії «рідкого поршня», а тим більше готових розрахункових програм, теж досі не з'явилося.

Відомо також про методи, засновані на 1-мірному уявленні течії газу в резонансній трубі [19]. А ще є методи, побудовані на акустичній аналогії коливань, що збуджуються у резонаторі Гельмгольца [20]. Алеу більшості випадків ці моделі не мають реалізацій, доступних для практичного використання сторонніми користувачами. Фактично користувачеві з кожною новою моделлю пропонується знову повторити всі викладки того чи іншого вченого, самому скласти програму, налагодити її, повторивши всі зусилля автора моделі, і тільки після цього виконати моделювання.

Найбільш складна ситуація виникла з появою та широким впровадженням у наукову практику 3-D моделювання. У зв'язку з наявністю готових програмних засобів, що дозволяють візуалізувати просторовий розподіл параметрів газу в трубі пульсуючого двигуна, частина дослідницьких робіт була зосереджена на аналізі та інтерпретації отриманих графічних результатів [21]. Інші поспішили сконцентрувати свої зусилля на особливостях моделювання 3-мірної течії газу з хімічними реакціями пульсуючого горіння [22], якщо хороша і дорога програма це дозволяє. Треті почали самі розробляти власні 3-D моделі

пульсуючого двигуна, переключивши свою увагу, в тому числі, на просторові рухи пелюсток клапана з поперечними коливаннями [23].

Тим не менш, протягом 80 років пульсуючий повітряно-реактивний двигун був досліджений, що називається, вздовж і впоперек, написано тисячі статей, придумано сотні моделей його розрахунку і навіть видано книги [24]. Але, незважаючи на такі зусилля, жоден з авторів чомусь не зміг або не захотів написати формулу для сили тяги цього двигуна. Крім того, у переважній більшості робіт відсутні дослідження головної експлуатаційної характеристики авіаційного двигуна – висотно-швидкісної. Хоча це одне з головних питань теорії повітряно-реактивних двигунів, і саме з нього починається вивчення авіаційних двигунів, а величина тяги не тільки є головним параметром [25], але й має бути метою будь-якого дослідження двигуна.

Тому цілком закономірно, що всі відомі і дуже глибокі дослідження об'єднує той самий результат – жодних стандартних програм моделювання пульсуючого двигуна та його характеристик, придатних для широкого практичного застосування, після таких тиранічних зусиль знову не створено.

Саме з цієї причини, поширення набула практика «дослідження» та створення нових зразків пульсуючого двигуна не за допомогою створення теоретичних моделей, що дозволяють розрахувати параметри робочого процесу та висотно-швидкісні характеристики для подальшого проектування, і зовсім не за допомогою провадження досліджень робочого процесу та характеристик ПуПРД. У більшості практичних випадків вже стало традиційним починати роботу з пульсуючим двигуном з деяких калькуляторів розмірів [26], а потім відразу переходити до різання сталевих листів та зварювання з них труб [27].

Описана ситуація з моделюванням пульсуючих двигунів докорінно відрізняється від того, що спостерігається в галузі моделювання інших типів авіаційних двигунів. Так, для моделювання поршневих двигунів внутрішнього згоряння вже багато років широко застосовуються стандартні програми [28], з яких щонайменше чотири є широко відомими. Аналогічно, для моделювання газотурбінних двигунів також існує цілий ряд стандартних програм [29], причому такі програми не тільки дають параметри робочого процесу та висотно-швидкісні характеристики двигуна, але можуть також намалювати вигляд двигуна, що моделюється. Нічого цього для пульсуючих двигунів досі не створено.

Це загалом дає підстави стверджувати, що жодних моделей та програм для розрахунку та моделювання робочого циклу та характеристик пульсуючого повітряно-реактивного двигуна на сьогоднішній день

фактично немає, оскільки тими, які є, важко чи неможливо користуватися.

2. Мета та завдання дослідження

Відповідно до виконаного аналізу, метою роботи є створення математичної моделі та реальної програми для моделювання робочого циклу та характеристик пульсуючого повітряно-реактивного двигуна, доступної для широкого кола фахівців та пересічних користувачів.

Досягнення зазначеної мети потрібно вирішити такі задачі:

- розробити математичні моделі для опису процесів у камері згоряння пульсуючого двигуна, впуску повітря та палива в камеру згоряння, у тому числі, через пелюстковий клапан для клапанного двигуна, течії повітря та газу в резонансній трубі пульсуючого двигуна та у впускній трубі безклапанного пульсуючого двигуна,

- розробити, налагодити програму моделювання пульсуючого двигуна та розмістити її на спеціальному вебсайті,

- виконати математичне моделювання зразків двигунів, провести верифікацію моделі та програми шляхом порівняння результатів з відомими експериментальними даними.

3. Матеріали та методи дослідження

Пропонована модель заснована на чисельному розв'язанні системи однорідних диференціальних рівнянь, отриманих із рівнянь нерозривності, руху та енергії шляхом введення деяких спрощуючих припущень щодо характеру робочого процесу, у тому числі з використанням експериментальних даних щодо горіння палива, тертя та теплообміну. Вибір саме такого спрощеного представлення процесів, а не 1-D і, тим більше, 3-D моделі, навмисно обумовлено необхідністю попередньої перевірки самої ідеї створення онлайн-програми моделювання, доступної широкому колу користувачів. Однак після запуску та налагодження програми подальше вдосконалення моделі можливе будь-яким способом, включаючи підвищення розмірності окремих моделей, що входять до загального алгоритму, як це зроблено в деяких програмах моделювання ДВС та ТРД [15, 30].

Робочий процес пульсуючого повітряно-реактивного двигуна (рис.2) можна представити як процес вимушених коливань параметрів газу (тиску, температури та швидкості) у проточній частині при пульсуючому характері підведення тепла. Тоді довжину хвилі цих коливань можна визначити за формулою $\bar{\lambda} = \bar{a}/\bar{f}$, де $\bar{a}$ – швидкість звуку; $\bar{f}$ – частота коливань (тут і далі рису над параметрами показує розмірні значення).

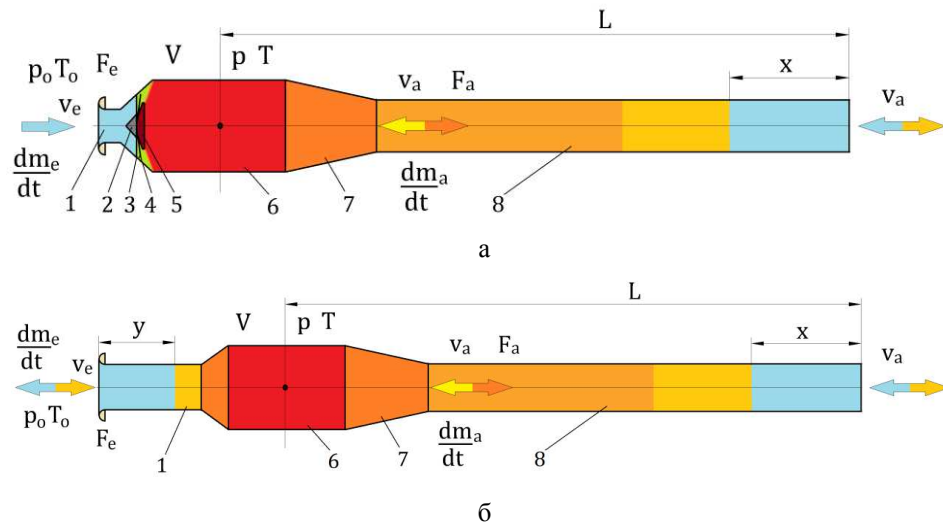


Рис. 2. Схема пульсуючого повітряно-реактивного двигуна:
а) клапанного; б) безклапанного; 1 – вхідний пристрій (вхідна труба); 2 – обтічник;
3 – клапанна решітка; 4 – пелюстковий клапан; 5 – обмежувач

Нехай l – певний характерний розмір, наприклад довжина камери згоряння. Якщо коливання параметрів мають синусоїдальну форму, то згідно з відношенням $l/\lambda = l\bar{f}/\bar{a}$ можна наближено визначити, наскільки велика різниця цих параметрів у різних кінцях камери. Так, у відомих конструкцій ПуПРД [27, 31] це відношення становить не більше 0,03-0,05. Це говорить про те, що якщо у всіх точках камери згоряння миттєві тиск і температуру однаковими, то помилка не перевищить 3-5%. Тому просторова рівномірність розподілу миттєвих термодинамічних параметрів газу камері згоряння є першим припущенням методу. Наслідком цього є припущення об'ємної форми горіння паливо-повітряної суміші, що загалом підтверджується експериментальними даними [16].

Аналогічно можна показати, що відношення $L/\lambda = L\bar{f}/\bar{a}$, де L – довжина резонансної труби, у відомих конструкцій ПуПРД навряд чи буде більше 0,1-0,12.

Але якщо для резонансної труби зробити таке ж припущення, як і для камери згоряння, то помилка буде вже близько 10-15%. Якщо ж такого припущення не приймати, то завдання про нестационарну течію газу у вихлопній трубі стає значно складнішим, причому навіть у одновимірній постановці. Щоб не ускладнювати метод на попередній стадії, але забезпечити при цьому прийнятну точність, приймається, що миттєві значення швидкості, тиску і температури по довжині труби постійні (тобто фактично газ у трубі тече як нестислива рідина), але може бути введена поправка на стисливість. Таке уявлення процесу відоме і зветься метод «поршневої аналогії» або «рідкого поршня» [16, 18, 31].

Крім цього, слід зазначити, що важливе значення для практики можуть мати безрозмірні комплекси, що

характеризують робочий процес двигуна, що досліджується. Для того, щоб отримати такі комплекси, можна записати рівняння, що описують процеси, у безрозмірній формі. Для цього слід перейти до безрозмірних змінних: тиску $p = \bar{p}/\bar{p}_0$, температурі $T = \bar{T}/\bar{T}_0$, швидкості $v = \bar{v}/\bar{v}_0$, часу $t = \bar{t}\bar{a}_0/L$, координаті $x = \bar{x}/L$, де $\bar{p}_0, \bar{T}_0$ – тиск та температура навколишнього середовища; $\bar{a}_0 = \sqrt{\gamma\bar{R}_0\bar{T}_0}$ – швидкість звуку у навколишньому середовищі; L – характерний розмір двигуна.

Можна також записати в безрозмірному вигляді і деякі інші величини, які можуть знадобитися в подальшому: теплоємність газу при постійному тиску $C_p = \bar{C}_p/\bar{C}_{p0}$, газова стала $R = \bar{R}/\bar{R}_0$, щільність газу $\rho = \bar{\rho}/\bar{\rho}_0$, тепловий потік у стінку $q_w = \bar{q}_w/(\bar{\rho}_0\bar{a}_0\bar{C}_{p0}\bar{T}_0)$, теплотворна здатність палива $H_u = \bar{H}_u/(\bar{C}_{p0}\bar{T}_0)$, швидкість об'ємного тепловиділення $dQ/dt = L(d\bar{Q}/d\bar{t})/(\bar{a}_0\bar{C}_{p0}\bar{T}_0)$ [17], швидкість зміни маси (миттєва масова витрата) $dm/dt = (d\bar{m}/d\bar{t})/(\bar{\rho}_0\bar{a}_0F)$.

Тиск і температура навколишнього середовища, що входять у вирази для безрозмірних параметрів, можуть змінюватися по висоті польоту H літального апарату. Крім того, параметри навколишнього середовища необхідні для моделювання висотношвидкісних характеристик двигуна досліджуваного типу. З цієї метою в моделі використані такі формули міжнародної стандартної атмосфери [32]:

$$\bar{p}_0 = 101325(1 - 0,0065 H/\bar{T}_0)^{5,2561},$$

$$\bar{T}_0 = 288,15 - 0,00649H.$$

За характерний розмір двигуна вибрано довжину резонансної труби L , так як ця величина визначає довжину всього двигуна і, крім того, має важливе значення з погляду стійкості роботи та запуску ПуПРД [27], а також сили тяги.

4. Математичні моделі, що описують робочі процеси в елементах пульсуючого повітряно-реактивного двигуна

4.1. Модель робочого процесу у камері згоряння двигуна

Розглянемо рівняння енергії для виділеного об'єму камери згоряння у вигляді:

$$\bar{m}d\bar{Q} = d\bar{I} + Vd\bar{p}, \quad (1)$$

де $d\bar{Q}$ – загальна кількість підведеної та відведеної теплоти; $d\bar{I} = d(\bar{m}\bar{C}_p\bar{T})$ – зміна ентальпії; $V = \bar{m}/\bar{\rho}$ – об'єм камери згоряння; $\bar{m}$, $\bar{\rho}$ – маса та щільність газу.

У рівнянні (1) можна виділити підведення та відведення тепла, перетворити з урахуванням змішування потоків з різною температурою [33] та записати його в наступному вигляді:

$$\begin{aligned} \bar{m}\frac{d\bar{Q}}{dt} - \frac{U\bar{m}}{F}\bar{q}_w = \bar{m}\frac{d(\bar{C}_p\bar{T})}{dt} + \bar{C}_p\bar{T}\sum_{i=1}^n\frac{d\bar{m}_i}{dt} - \\ - \sum_{i=1}^n\bar{C}_{pi}\bar{T}_i\frac{d\bar{m}_i}{dt} - \frac{\bar{m}}{\bar{\rho}}\frac{\partial\bar{p}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (2)$$

де D , U , F – гідравлічний діаметр, периметр та площа поперечного перерізу каналу; $\bar{C}_{pi}\bar{T}_i$ – ентальпія гальмування i -го потоку, що витікає або витікає з об'єму V з масовою витратою $d\bar{m}_i/dt$; $d\bar{Q}/dt$ – швидкість підведення теплоти [1, 17]; $\bar{q}_w$ – питомий тепловий потік у стінку.

Оскільки за характерний розмір двигуна прийнята довжина вихлопної труби L , то характерну площу візьмемо площу поперечного перерізу вихлопної труби F_a . Тоді рівняння (2) можна записати у безрозмірному вигляді так:

$$\begin{aligned} \left(C_p T \sum_{i=1}^n \frac{dm_i}{dt} - \sum_{i=1}^n C_{pi} T_i \frac{dm_i}{dt} \right) \frac{F_a L}{V} + \rho \frac{dq}{dt} - \\ - \frac{UL}{F} q_w = \rho \frac{d(C_p T)}{dt} - \frac{\bar{R}_0}{\bar{C}_{p0}} \frac{dp}{dt}, \end{aligned} \quad (3)$$

де U , F – периметр та площа перерізу, через яке йде питомий тепловий потік q_w .

Величина $\bar{R}_0/\bar{C}_{p0}$ може бути записана через параметри газу:

$$\frac{\bar{R}_0}{\bar{C}_{p0}} = \frac{\bar{R}_0}{\bar{C}_{p0}} \frac{R \bar{C}_p}{R \bar{C}_p} = \frac{C_p \gamma - 1}{R \gamma},$$

де γ – показник адіабати газу.

Таким чином, остаточно:

$$\begin{aligned} \left(C_p T \sum_{i=1}^n \frac{dm_i}{dt} - \sum_{i=1}^n C_{pi} T_i \frac{dm_i}{dt} \right) \frac{F_a L}{V} + \rho \frac{dq}{dt} - \frac{UL}{F} q_w = \\ = \rho \frac{d(C_p T)}{dt} - \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{C_p}{R} \frac{dp}{dt}. \end{aligned} \quad (4)$$

Розглянемо тепер рівняння стану ідеального газу:

$$\bar{p} = \frac{\bar{m}}{V} \bar{R} \bar{T}.$$

Диференціюючи це рівняння за часом, отримаємо:

$$\frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{\bar{R} \bar{T}}{V} \sum_{i=1}^n \frac{d\bar{m}_i}{dt} + \frac{\bar{m} \bar{R}}{V} \frac{d\bar{T}}{dt} - \frac{\bar{m} \bar{R} \bar{T}}{V^2} \frac{dV}{dt},$$

або у безрозмірному вигляді:

$$\frac{dp}{dt} = F_a L \frac{RT}{V} \sum_{i=1}^n \frac{dm_i}{dt} + \rho R \frac{dT}{dt} - \frac{p}{V} \frac{dV}{dt},$$

звідки:

$$\frac{1}{p} \frac{dp}{dt} = \frac{F_a L}{V} \frac{1}{\rho} \sum_{i=1}^n \frac{dm_i}{dt} + \frac{1}{T} \frac{dT}{dt} - \frac{1}{V} \frac{dV}{dt}, \quad (5)$$

де dV/dt – швидкість зміни об'єму (у межах аналізованої моделі дорівнює 0).

З рівнянь (4) і (5) після відповідних перетворень можна отримати диференціальні рівняння 1-го порядку, дозволені щодо похідних. Якщо розбити цикл пульсуючого ПРД на кілька ділянок залежно від перепаду тисків між камерою згоряння та навколишнім середовищем, напрямом течії газу у вихлопній трубі, а також наявністю або відсутністю горіння паливо-повітряної суміші, то для початкової ділянки займання суміші отримаємо:

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = \frac{\gamma}{C_p} \frac{dq}{dt} + \Lambda \frac{RT}{p} \left\{ (\gamma - 1) T \frac{dm_c}{dt} + \right. \\ \left. + \left[\gamma \frac{\tau(M)}{C_p} - T \right] \frac{dm_e}{dt} \right\} - 4\gamma \frac{RT}{C_p p} \theta \\ \frac{dp}{dt} = \frac{\gamma}{C_p} \frac{p}{T} \frac{dq}{dt} + \gamma \Lambda \left[RT \frac{dm_c}{dt} + \frac{\tau(M)}{C_p} \frac{dm_e}{dt} \right] - 4\gamma \frac{R}{C_p} \theta. \end{cases} \quad (6)$$

де $\tau(M) = 1 + 0,5(\gamma - 1)M^2$; dm_c/dt , dm_e/dt – витрата газу з камери згоряння через сопло та витрата повітря через клапанну систему у процесі наповнення; $\Lambda = F_a L/V$ – безрозмірний комплексний параметр пульсуючого ПРД; $\theta = Lq_{wk} K_w/D_K$ – тепловий

параметр робочого процесу двигуна, що характеризує втрати тепла через стінки проточної частини; q_{wk} – питомий тепловий потік у стінку, K_w – коефіцієнт, що враховує втрати тепла у вихлопній трубі у тепловому балансі камери згоряння (для виконаних конструкцій орієнтовно $K_w = 3,7$).

4.2. Математична модель процесу впуску повітря в камеру згоряння через пелюстковий клапан для клапанного двигуна

При визначенні миттєвої витрати повітря найбільш доцільно, як показано в роботі [34], привести сумарний гідравлічний опір на вході в камеру згоряння до контрольного перерізу вхідного пристрою або до перерізу, що відкривається клапаном. Перший варіант громіздкіший і менш точний, тому в моделі використаний 2-й варіант. В цілому робота клапана була також докладно викладена в [35, 36], проте потрібно уточнення та доповнення наявних моделей, щоб вони могли бути використані у програмі моделювання двигуна.

Розглянемо рівняння одновимірного руху ідеального газу [30], записане для вхідного каналу постійного перерізу:

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} = - \frac{1 - \delta}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (7)$$

де t , x – час і координата по довжині; p , ρ – тиск і щільність газу; δ – частка поздовжнього градієнта тиску, що витрачається на тертя та місцевий опір.

Тертя та гідравлічний опір може бути враховано за допомогою сумарного коефіцієнта гідравлічного опору ξ_Σ . Тоді рівняння руху може бути подане як:

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{t}} + \bar{v} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \bar{x}} = - \frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial \bar{x}} - \xi_\Sigma \frac{\bar{v}^2}{2L}, \quad (8)$$

де $\xi_\Sigma = \xi_T + \xi_c$; $\xi_T = \lambda_T L/D_a$ – коефіцієнт втрати на тертя у трубі; ξ_c – коефіцієнт місцевого опору у місці приєднання до об'єму.

Коефіцієнти ξ_T і ξ_c при розрахунку течії в трубі можуть бути знайдені приблизно за формулами, що застосовуються для стаціонарних потоків.

За умови $l_e/L \ll 1$ після інтегрування з x і приведення до безрозмірного вигляду, з урахуванням того, що $p_0 = 1$, отримаємо:

$$v_e = \sqrt{\frac{2}{\gamma_0 - 1} \left[1 - \left(\frac{p}{p_e^*} \right)^{\frac{\gamma_0 - 1}{\gamma_0}} \right]}. \quad (9)$$

де p – тиск в камері згоряння, куди втікає повітря; p_e^* –

повний тиск на вході.

Вочевидь, визначення витрати повітря можна скористатися відомими залежностями для коефіцієнта гідравлічного опору від величини підйому клапана [34]. Однак, виникає питання, як визначити підйом клапана. Це залежить від моделі, вибраної для опису руху клапана [35].

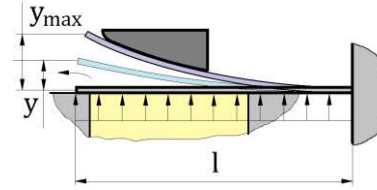


Рис. 3. Схема пелюстки у вигляді консольної балки, заробленої з одного кінця.

У загальному випадку пелюстка клапана можна й надалі розглядати як просту балку із закладенням однієї сторони (рис.3). Рух такої балки може бути описаний диференціальним рівнянням 4-го порядку у приватних похідних [35, 38]. Однак у ряді робіт прийнято уявлення клапана у вигляді пружної зосередженої маси (рис.4).

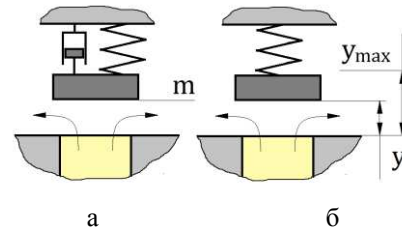


Рис.4. Основні схеми механічної аналогії при моделюванні динаміки руху пелюстки:
а – з демпфером; б – без демпфера

У такому разі можна використовувати рівняння 2-го закону Ньютона, за допомогою якого приблизно визначити прискорення пелюстки, як другу похідну від підйому за часом:

$$m \frac{d^2 \bar{y}}{d \bar{t}^2} = \Sigma \bar{F}_i, \quad (10)$$

де m – зосереджена маса пелюстки; $\bar{F}$ – діюча на пелюстку клапана сила.

На пелюстку у загальному випадку діють сили тяжкості, тиску та пружності. Якщо виключити силу тяжкості, яка зневажливо мала порівняно з іншими, рівняння (10) запишеться у вигляді [35, 39]:

$$m \frac{d^2 \bar{y}}{d \bar{t}^2} = -K \bar{y} + \Delta \bar{p} A, \quad (11)$$

де K – жорсткість клапана; $\Delta \bar{p}$ – перепад тиску на клапані; A – площа пелюстки (у 1-му наближенні може бути прийнята рівної площі отвору, що відкривається пелюсткою).

Рішення рівняння (11) виконується шляхом зменшення його порядку за допомогою перетворення його в систему рівнянь для похідної швидкості 1-го порядку (прискорення) та похідної підйому 1-го порядку (швидкості):

$$\begin{cases} \theta \frac{du}{dt} = -\frac{2}{3} Sy + \Delta p \\ \lambda \frac{dy}{dt} = u \end{cases}, \quad (12)$$

де $\theta = \gamma_0 \rho_M \lambda (\delta/l)$ – динамічний коефіцієнт; $\rho_M = \bar{\rho}_M / \bar{\rho}_0$ – безрозмірна щільність матеріалу пелюстки клапана; $\lambda = l/L$ – відносна довжина пелюстки.

Система (12) вирішується чисельно з початковими умовами [35, 39]: $y = 0, u = 0$ при $t = 0$. Граничні умови визначають відскок пелюстки від клапанної решітки при посадці та від обмежувача при максимальному відкритті: якщо $y < 0$, приймається $y = -\beta u$, $u = -\beta u$, а якщо $y > y_{\max}$, то $y = 2y_{\max} - \beta u$, $u = -\beta u$.

Коефіцієнт відновлення (COR) лежить у межах $\beta = 0 - 1$, що відповідає діапазону від абсолютно непружного до абсолютно пружного удару. При моделюванні доцільно прийняти аналогію взаємодії сталеві кулі зі сталевією пластинією, при якому значення коефіцієнта становить 0,4 [35].

Для розрахунку витрати повітря через клапан необхідно розрахувати площу, що відкривається пелюсткою клапана.

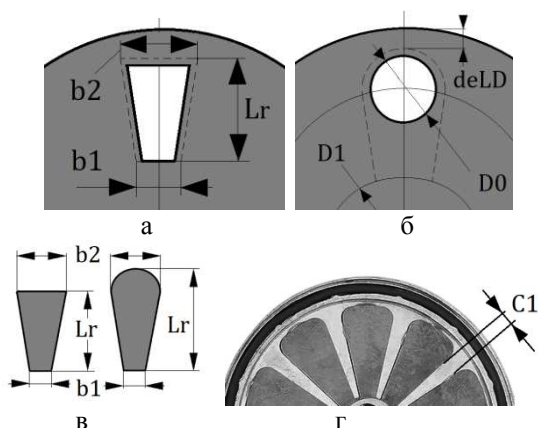


Рис. 5. Конструкція прямої клапанної решітки: а – з прямокутними отворами; б – з круглими отворами; в – форма пелюсток; г – форма прорізів між пелюстками

Так, для площі прохідного перерізу плоских ґрат з прямокутними отворами справедливе наступне співвідношення:

$$F_0 = \frac{1}{2} N_0 L_r (b_1 + b_2 - 2de_l),$$

де N_0 – кількість отворів у решітці; L_r – довжина пелюстки; b_1, b_2 – ширина пелюстки (рис. 5); de_l – перекриття отвору пелюсткою.

Для клинових решіток (рис. 6) площа, що відкривається клапаном, може бути розрахована так:

$$F_0 = N_0 h_r (b_2 - 2deL),$$

де висота прохідного перерізу h_r приймається за максимально можливе піднесення пелюстки $y_{\max}$.

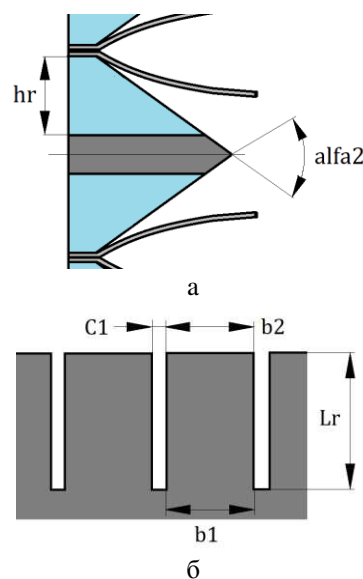


Рис. 6. Конструкція клинової решітки: а – прохідний переріз, що відкривається пелюстками; б – форма пелюсток

За геометрією решітки виконується розрахунок площі прохідного перерізу, що відкривається пелюстками. Для цього організується цикл розрахунку ділянками пелюстки довжиною $dx = L_{\text{pet}}/N$, де N – кількість ділянок. У розрахунку приймається припущення про квазістаціонарність пружної лінії пелюстки. Таким чином, можна знайти всі величини, щоб визначити миттєву витрату повітря через клапанну систему всіх типів, що розглядаються.

4.3. Модель течії газу в резонансній трубі пульсуючого двигуна

У рамках обраної моделі «поршневої» аналогії («рідкого поршня») рух газу по вихлопній трубі можна описати наступним чином. За рахунок підвищення тиску в камері згоряння вище тиску навколишнього середовища, газу, що знаходяться в трубі, розганяються внаслідок виштовхування продуктами згоряння, що надходять у трубу з камери. Або навпаки, відбувається

уповільнення течії, якщо тиск в камері падає нижче за тиск навколишнього середовища (див. рис.2).

Спосіб наближеного інтегрування рівняння руху газу для цього завдання виконаний у роботі [15]. Суть методу в тому, що рівняння руху інтегрується від центру камери, де можна прийняти, що газ нерухомий, до зрізу вихлопної труби:

$$\int_{-x_K}^1 \frac{dv}{dt} dx + \int_{v_K}^{v_a} v dv = -\frac{1}{\gamma_0} \int_p^{p_a} \frac{dp}{\rho} - \int_{-x_K}^1 \xi \frac{v^2}{2} dx, \quad (13)$$

де $x_K = \bar{x}_K/L$ – відносна відстань від зрізу сопла до центру згоряння камери.

Оскільки повітря, що знаходилося в трубі в початковий момент, виштовхується продуктами згоряння, то при припущенні про те, що змішання між продуктами згоряння і повітрям відсутня, межа "повітря-продукти згоряння" рухатиметься трубою і в деякий момент часу відійде від зрізу сопла на відстань x . Тоді шляхом інтегрування по довжині та перетворювальна рівняння (13) отримаємо рівняння для швидкості газу в трубі виду:

$$\frac{dv_a}{dt} = \left(1 - \frac{0,05}{\Lambda}\right) \left\{ \frac{\gamma}{\gamma-1} \left(1 + \frac{1}{\Lambda}\right) \frac{RT}{\gamma_0} \cdot \frac{1 - \left(\frac{p_a}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\frac{1}{\Lambda} + x \left(\frac{p_a}{p}\right)^{\frac{1}{\gamma}} + (1-x)RT \left(\frac{1}{p}\right)^{\frac{\gamma_0-1}{\gamma_0}}} \right\} - K_\xi \frac{v_a^2}{2}. \quad (14)$$

де $K_\xi = 1 + \xi_T + x_K \xi_c$ – коефіцієнт, що враховує тертя та місцевий опір.

Це рівняння справедливе для позитивного напрямку швидкості газу в трубі при тиску в камері згоряння більше статичного тиску на зрізі вихлопної труби. Аналогічно можна вивести рівняння для швидкості та інших ділянок циклу [15].

Рівняння (14) дозволяє розрахувати швидкість газу на зрізі сопла, якщо газ у трубі рухається як стисливе середовище, тобто швидкість на вході трубу дорівнює швидкості на виході, тобто $v_a = v_c$. Якщо при течії газу у вихлопній трубі приблизно прийняти тиск у трубі постійним, то можна використовувати просту залежність для координати межі "повітря-продукти згоряння" та її швидкості:

$$x = 1 + \int_{t_0}^t v_a dt. \quad (15)$$

Якщо в процесі витоку повітря величина x , знайдена чисельним інтегруванням рівняння (15), стане більшою або дорівнює 1, це означає, що повітря

повністю виштовхнеться з вихлопної труби. Далі, при наступному витoku в певний момент часу швидкість v_a змінить символ, що означатиме початок засмоктування повітря з навколишнього середовища у вихлопну трубу.

Таким чином, рівняння (14) і (15) дозволяють приблизно розрахувати динаміку руху газу по вихлопній трубі двигуна і визначити швидкість газу на зрізі сопла і вихлопної труби. Ці рівняння, спільно з рівняннями (6), (9) і (12) замикають повну систему рівнянь робочого процесу пульсуючого ПРД клапанного типу, а з іншого – дають можливість знайти основні параметри двигуна, за якими можна судити про ефективність його робочого процесу та вплив на нього різних факторів.

4.4. Модель течії газу та повітря у впускній трубі безклапанного двигуна

У безклапанному пульсуючому двигуні, очевидно, немає клапанної системи (мал.2б), проте є впускна труба, що виконує подвійне завдання – подачі повітря в камеру згоряння при розрідженні в ній та випуск газів з камери при підвищенні тиску зі створенням тяги. Крім того, на відміну від клапанного двигуна, безклапанному при виникненні розрідження в камері згоряння надходження повітря починається зі значною затримкою.

Тобто спочатку у впускній трубі реверсується течія, але якийсь час до камери ще надходять залишкові гарячі гази, що опинилися в трубі. І тільки після того, як у трубу зайде холодне повітря і заповнить всю трубу повністю, почнеться заповнення камери згоряння (рис.7).

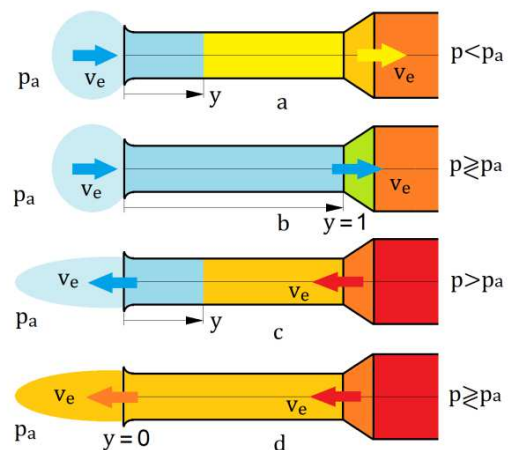


Рис.7. Схема процесу течії повітря та газу у впускній трубі в рамках «поршневої» аналогії («рідкого поршня»), прийнята в моделі:
а – початок втікання повітря в трубу; б – початок процесу впуску повітря на камеру згоряння;
с – початок виштовхування повітря із труби;
d – витікання газу з камери згоряння через трубу

Таким чином, припущення для опису цього процесу залишаються тими самими, що й для резонансної труби – крім руху газів та повітря в рамках аналогії «рідкого поршня», необхідно допустити відсутність змішування холодного повітря з газами. Для цього розглянемо рівняння руху (13), записане для труби довжиною l_e і частини камери згоряння від початку труби до точки $-y_c$, де можна умовно прийняти швидкість газу 0:

$$\frac{dv}{dt} dy + v dv = -\frac{dp}{\gamma_0 \rho} - \xi_\Sigma \frac{v^2}{2} dy. \quad (16)$$

де $l = l_e + y_c$; y – відносна (до довжини труби l_e) координата межі «повітря-продукти згоряння», що відраховується від зрізу впускної труби.

Інтегруватимемо рівняння від точки, що визначається координатою $-y_c$ до зрізу труби:

$$\int_{-y_c}^{l_e} \frac{dv}{dt} dy + \int_0^{v_e} v dv = -\frac{1}{\gamma_0} \int_p^{p_a} \frac{dp}{\rho} - \int_{-y_c}^{l_e} \xi_\Sigma \frac{v^2}{2} dy. \quad (17)$$

Очевидно:

$$\int_0^{v_e} v dv = \frac{v_e^2}{2}. \quad (18)$$

Крім того:

$$\int_{-y_c}^{l_e} \xi_\Sigma \frac{v^2}{2} dy = \frac{v_e^2}{2} \int_{-y_c}^{l_e} \xi_\Sigma dy = \frac{v_e^2}{2} (1 + \delta)(\xi_c \delta + \xi_f), \quad (19)$$

де $\delta = y_c/l_e$; ξ_Σ – коефіцієнт гідравлічного опору ділянки, що звужується від камери до труби; $\xi_f = \lambda l_e/D_e$ – коефіцієнт тертя.

Враховуючи, що $y_c \ll l_e$, можна спростити вираження (19):

$$\int_{-y_c}^{l_e} \xi_\Sigma \frac{v^2}{2} dy = \frac{v_e^2}{2} (\xi_c \delta + \xi_f). \quad (20)$$

Розглянемо тепер щільність газу та повітря в трубі. За аналогією з резонансною трубою, середню (наведену) густину газу за відсутності змішування гарячого газу з густиною ρ' і холодного повітря з густиною ρ_0 можна приблизно записати як:

$$\rho_{pr} = \rho'_0 (1 - y) + \rho' y. \quad (21)$$

Тобто, при $y \leq 0$ повітря повністю виштовхнеться з труби, при $0 < y < 1$ повітря заходить у трубу, а при $y \geq 1$ повітря повністю заповнює трубу, що означає процес впуску повітря в камеру згоряння.

Якщо для впускної труби застосувати аналогічний прийом, як це зроблено для резонансної труби [15], отримаємо:

$$r = \frac{\rho_{pr}}{\rho} = \frac{\rho'_0 (1 - y) + \rho' y}{\rho}. \quad (22)$$

Тоді для позитивного перепаду між камерою та зрізом труби ($p \geq p_a$):

$$\begin{aligned} \frac{1}{\gamma_0} \int_p^{p_a} \frac{dp}{\rho} &= \int_p^{p_a} \frac{dp}{C_p^{\frac{1}{\gamma}}} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{RT}{\gamma_0} \frac{1}{r} \left[1 - \left(\frac{p_a}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] = \\ &= \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{RT}{\gamma_0} \frac{1}{\rho'_0 (1 - y) + \rho' y}. \end{aligned} \quad (23)$$

При зменшенні тиску камери нижче тиску на зрізі труби, тобто при $p < p_a$ слід реверсувати відношення тисків на p/p_a . Щільності, що входять до рівняння (23), можна уявити так (впускна труба безклапанного двигуна завжди розташована проти польоту, тому на вході немає швидкісного напору):

$$\rho' = \frac{p}{RT} \left(\frac{p_a}{p} \right)^{\frac{1}{\gamma}}, \quad \rho'_0 = \frac{p_a}{R_0 T_a} \left(\frac{p}{p_a} \right)^{\frac{1}{\gamma_0}}. \quad (24)$$

Інтегрування прискорення по довжині труби дає:

$$\begin{aligned} \int_{-y_c}^{l_e} \frac{dv}{dt} dy &= \frac{dv_e}{dt} \int_{-y_c}^{l_e} \frac{F_e}{F} dy = \frac{dv_e}{dt} \left(\frac{l_e}{L} \right) \left(1 + \frac{y_c}{l_e} \frac{D_e}{D_c} \right) = \\ &= \frac{dv_e}{dt} \left(\frac{l_e}{L} \right) (1 + \varepsilon), \end{aligned} \quad (25)$$

де $\varepsilon = \frac{y_c}{l_e} \frac{D_e}{D_c} = \delta \frac{D_e}{D_c}$ – величина, в 1,5-2 рази менше δ , тому також набагато менше одиниці.

Підставляючи вираження (18), (20), (24) та (25) в (17), отримаємо:

$$\frac{dv_e}{dt} = \frac{L}{l_e} \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{RT}{\gamma_0} \frac{1 - \left(\frac{p_a}{p} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{\rho'_0 (1 - y) + \rho' y} - K_\xi \frac{L}{l_e} \frac{v_e^2}{2}, \quad (26)$$

де $K_\xi = 1 + \xi_c \delta + \xi_f$.

Рівняння (26), таким чином, визначає не тільки швидкість у трубі, а й рух (переміщення) межі «повітря-продукти згоряння» по трубі зі швидкістю v_e , координата якої визначається чисельним інтегуванням:

$$y = 1 + \int_0^t v_e dt. \quad (27)$$

Рівняння (27) вирішується чисельно разом із рівнянням (26). Моментом початку впуску повітря (а він прийнятий у моделі як кінець попереднього і початок нового циклу) буде момент часу, у якому холодне повітря досягне камери згоряння, тобто. коли у стане рівним 1.

4.5. Врахування теплообміну з навколишнім середовищем

Очевидно, що в рамках цієї моделі можливий лише наближене врахування теплових процесів. Для внутрішнього теплообміну прийнято припущення про те, що процес теплообміну зі стінками зосереджений у камері згоряння, проте розрахунок ведеться для течії газу в резонансній трубі. Тоді для конвективного q_{wc} і променистого q_{wr} теплового потоку в стінку справедлива формула [40]:

$$\begin{aligned} \bar{q}_{wk} &= \bar{q}_{wc} + \bar{q}_{wr} = \\ &= \bar{\alpha}_{wi}(\bar{T} - \bar{T}_w) + \varepsilon\sigma(\bar{T}^4 - \bar{T}_w^4), \end{aligned} \quad (28)$$

де $\bar{T}_w$ – температура стінки; $\alpha_{wi} = Nu \lambda / D_a$ – коефіцієнт тепловіддачі; ε – ступінь чорноти стінки; $\sigma = 5,64 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²К⁴ – стала Стефана-Больцмана; $Nu = 0,0243 Re^{0,8} Pr^{0,4}$ – число Нуссельта [41]; $Re = v_a D_a / \nu$ – число Рейнольдса; Pr – число Прандтля; λ, ν коефіцієнт теплопровідності та кінематичної в'язкості газу.

Величина теплового потоку від газу стінку q_{wk} входить у диференціальні рівняння для температури і тиску в камері (6). З зовнішнього боку рівняння сумарного теплового потоку виглядає аналогічно (теплопровідністю стінки та різницею між температурами зсередини та зовні нехтуємо):

$$\begin{aligned} \bar{q}_{we} &= \bar{q}_{wc} + \bar{q}_{wr} = \\ &= \bar{\alpha}_{we}(\bar{T}_w - \bar{T}_0) + \varepsilon\sigma(\bar{T}_w^4 - \bar{T}_0^4), \end{aligned} \quad (29)$$

для якого критеріальна залежність визначається формулою $Nu = 0,036 Re^{0,8} Pr^{0,33}$ і розраховується в залежності від швидкості польоту v_0 [42].

Температуру стінки можна знайти за допомогою рівняння теплового балансу [43], записаного для стінки з товщиною δ_w :

$$\frac{dT_w}{dt} = \frac{q_{wk} - q_{we}}{C_w \rho_w \delta_w}, \quad (30)$$

де параметри з індексом w відносяться до стінки.

4.6. Інтегрування та розрахунок основних параметрів двигуна

Інтегрування диференціальних рівнянь для температури і тиску в камері згоряння спільно з рівняннями руху пелюстки клапана клапанного двигуна, рівнянь для швидкості газу в резонансній трубі, а також рівнянь для швидкості газу у впускній трубі (для безклапанного двигуна) проводиться чисельним методом. У цій роботі використовувався метод Рунге-Кутта 2-го порядку [44] з початковими умовами: при $t=0$ $p=1$, $T=1$, $v_a=v_c=v_x=v_y=0$, $x=y=0$. Використання методів інтегрування вищого порядку недоцільно, тому що не надає помітного впливу на точність розрахунків, але помітно ускладнює алгоритм та зменшує швидкість обчислень.

Результатом інтегрування є залежності миттєвих параметрів від поточного циклу:

$$p, T, v_a, v_e, x, y, \frac{dm_e}{dt}, \frac{dm_c}{dt} = f(t). \quad (31)$$

Одночасно з інтегруванням зазначених рівнянь проводиться інтегрування і визначаються значення за цикл основних параметрів двигуна, що моделюється.

Так, секундна витрата повітря через двигун може бути представлена як:

$$\bar{G}_B = \bar{m}_B \bar{f}, \quad (32)$$

де $\bar{m}_B$ – маса повітря, що надійшло в двигун за цикл; $\bar{f}$ – частота циклів (кількість циклів за секунду).

Маса повітря $\bar{m}_B$ визначається чисельним підсумовуванням за кроком часу:

$$\bar{m}_B = \int_{\bar{t}_H}^{\bar{t}_K} \left(\frac{d\bar{m}_e}{dt} \right) d\bar{t} = \mu \int_{\bar{t}_H}^{\bar{t}_K} \bar{p}_e \bar{v}_e F_e d\bar{t}, \quad (33)$$

де $\bar{t}_H, \bar{t}_K$ – моменти часу початку та кінця процесу наповнення.

Використовуючи безрозмірні змінні, можна також знайти масу повітря, що надійшло за цикл, у безрозмірній формі:

$$m_B = \frac{\bar{m}_B}{\bar{p}_0 V / (\bar{R}_0 \bar{T}_0)} = \Lambda \Phi \int_{\bar{t}_H}^{\bar{t}_K} \frac{F_e}{F_a} m_B v_e d\bar{t}. \quad (34)$$

Безрозмірна частота циклів визначається після розрахунку циклу як

$$f = \frac{1}{t_c} = \bar{f} \frac{L}{a_0}, \quad (35)$$

де t_c – безрозмірний час циклу, що відраховується з початку надходження повітря в камеру згоряння.

Тоді, підставляючи співвідношення (34) і (35) формулу (32), отримаємо витрату повітря:

$$\bar{G}_B = \frac{m_B f}{\Lambda} \sqrt{\frac{\gamma_0}{\bar{R}_0 \bar{T}_0}} \bar{p}_0 F_a. \quad (36)$$

Величина $m_B f / \Lambda$ є безрозмірною витратою повітря через двигун:

$$G_B = \frac{m_B f}{\Lambda} = \frac{\bar{G}_B}{\bar{\rho}_0 \bar{a}_0 F_a}. \quad (37)$$

Відповідно до цього витрата палива може бути представлена у вигляді:

$$\bar{G}_T = \frac{\bar{G}_B}{\lambda L_0}, G_T = \frac{m_B f}{\lambda L_0 \Lambda}. \quad (38)$$

Миттєва тяга двигуна дорівнюватиме:

$$\bar{R}_t = \bar{v}_a \frac{d\bar{m}_a}{dt} - \bar{v}_0 \frac{d\bar{m}_e}{dt}, \quad (39)$$

звідки середня за часом тяга виходить тим самим чисельним підсумовуванням кроку часу:

$$\bar{R}_m = \bar{f} \int_{\bar{t}_a}^{\bar{t}_b} \bar{v}_a \left(\frac{d\bar{m}_a}{dt} \right) dt - \bar{f} \int_{\bar{t}_a}^{\bar{t}_b} \bar{v}_0 \left(\frac{d\bar{m}_e}{dt} \right) dt, \quad (40)$$

де $\bar{t}_a$, $\bar{t}_b$ – моменти часу, що обмежують період витікання з труби ($v_a > 0$).

Пульсуючий двигун внаслідок високої температури стінок у відомих конструкціях літальних апаратів ставиться зовні. У такому випадку в польоті з'являється додаткова сила аеродинамічного опору X , яка визначається швидкістю польоту і коефіцієнтом аеродинамічного опору C_x винесеного в потік двигуна, що набігає. Тоді тягу слід записати з урахуванням опору:

$$\bar{R}_d = \bar{R}_m - \bar{X} = \bar{R}_m - C_x \bar{\rho}_0 \frac{\bar{v}_0^2}{2},$$

де коефіцієнт C_x визначається за відомими даними продувок різних тіл та елементів літальних апаратів [45] (попередньо прийнято $C_x = 0,045$ для прямого входу, $C_x = 0,05$ для аеродинамічного обтічника з бічним входом, $C_x = 0,2$ для безклапанного двигуна торіодальної форми).

Крім тяги, яка визначається відповідно до формули (97), можна обчислити і так звану «чисту» (нетто) тягу [25]:

$$\bar{R}_{d0} = \bar{f} \int_{\bar{t}_a}^{\bar{t}_b} \bar{v}_a \left(\frac{d\bar{m}_a}{dt} \right) dt.$$

Деякі параметри, наприклад, тяга, можуть бути представлені в безрозмірному вигляді, наприклад, з метою отримання узагальнених залежностей від критеріїв подібності Λ , Φ , S , θ . Оскільки $d\bar{m}_a/dt = \bar{\rho}_a \bar{v}_a F_a$, то в безрозмірному вигляді тягу можна виразити такою залежністю:

$$R_d = \frac{\bar{R}_d}{\gamma_0 \bar{p}_a F_a} = f \int_{t_a}^{t_b} \rho_a v_a^2 dt - f \Phi M \int_{t_a}^{t_b} \rho_e v_e dt. \quad (41)$$

Питома витрата палива визначається за такою формулою:

$$\bar{C}_{yd} = 3600 \frac{\bar{G}_T}{\bar{R}_d}, \quad (42)$$

а питома тяга двигуна:

$$\bar{R}_{yd} = \frac{\bar{R}_d}{\bar{G}_B} = \frac{3600}{\bar{C}_{yd} \lambda L_0}. \quad (43)$$

5. Розробка та налагодження програми моделювання пульсуючого двигуна

У рамках реалізації проекту створення робочої моделі пульсуючого двигуна для широкого кола користувачів було розроблено програму Pulsejet-Sim (рис.8) – онлайн-сервіс для розрахунку та оптимізації параметрів пульсуючого повітряно-реактивного двигуна [46].

Клієнтська частина програми (інтерфейс введення вихідних даних та виведення результатів) розміщена на спеціально створеному веб-сайті.

Pulsejet-Sim — це веб-орієнтований SaaS-сервіс для інженерних розрахунків пульсуючих реактивних двигунів, побудований на стеку Python 3 / Django 4.2 LTS + PostgreSQL + Celery/Redis у серверній частині та jQuery 3.7 + Bootstrap 5.3 у клієнтській.



Рис. 8. Титульний лист програми Pulsejet-Sim

Архітектура програми складається з трьох логічних модулів:

1) Data-Entry&MetadataService виконує покроковий ввід параметрів, одразу генеруючи проміжні метадані й динамічно підказуючи допустимі діапазони;

2) Preset Manager зберігає фабричні конфігурації і будь-які користувацькі набори, дозволяючи їх SCM (SourceCodeManagement – система керування версіями), експорт у CSV / JSON схемі та обмін через UUID-посилання (UniversallyUniqueIdentifier – стандарт ідентифікації);

3) Compute Engine асинхронно запускає чисельні обчислення на хмарних вузлах (до 192 віртуальних процесорів vCPU), кешує термодинамічні таблиці та повертає результати менш ніж за 2 с.

Загальний вигляд частини поля введення вихідних даних показано на рис.9 и 10. Процес обчислень супроводжується графічною побудовою діаграм обчислюваних параметрів (рис. 11).

Після завершення результати зберігаються у таблиці results та у S3-сумісному сховищі (Amazon Simple Storage), звідки їх може завантажити клієнт або отримати стороння система через webhook (HTTP-зворотний виклик).

Користувач може подивитись, а потім зберегти дані розрахунків, включаючи основні параметри двигуна (рис.12)тадіаграми зміни параметрів в останньому розрахованому циклі (рис.13), а також прове-

сти параметричні дослідження за деякими параметрами з наступною статистичною обробкою результатів методом найменших квадратів (рис.14).

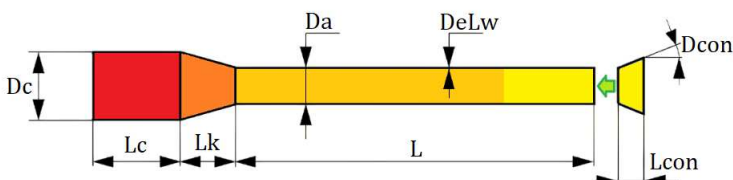
У результаті, на відміну від класичних CAE-систем (Computer-Aided Engineering) у вигляді настільних інженерно-програмних комплексів моделювання, які потребують локального обчислювального HPC-кластеру підвищеної продуктивності (High-Performance Computing), тривалої інсталяції та дорогих статичних «seat/core»-ліцензій, Pulsejet-Sim реалізує хмарну модель програмного забезпечення як послуги SaaS (Software as a Service).

Крім того, у порівнянні з десктопними пакетами (ANSYS Fluent, STAR-CCM+), онлайн-модель забезпечує роботу просто у браузері, оплату «за запуск» (pay-per-run) і миттєве масштабування та безпечно зберігання даних у георедундантному сховищі без необхідності володіти апаратним забезпеченням.

Система REST/JSON-API дає змогу легко інтегрувати результати в CAD/PLM-системи чи автоматизацію за допомогою CI-конвеєрів.

Така модульна реалізація поєднує швидкий UX-прототипінг (User Experience – користувацький досвід), надійність валідації та HPC-продуктивність без капітальних витрат на власний кластер, роблячи Pulsejet-Sim ефективним інструментом як для співробітників R&D-лабораторій, так і для студентів освітніх курсів.

**Геометрія двигуна
Малый клапанный**



Довжина вихлопної резонансної труби (мм, 500 - 1500) L	Діаметр вихлопної резонансної труби (мм, 30 - 50) Da
800	40
Діаметр камери згоряння (мм, 50 - 570) Dc	Довжина камери згоряння (мм, 50 - 200) Lc
80	100
Довжина конуса камери, мм (мм, 75 - 250) Lk	Товщина стінки (мм, 0.2 - 2) DeLw
150	0,5
Конус на кінці труби (0 - ні, 1 - так) Nde0: ☒ Ні ☐ Так	
Дані 	

Рис.9. Поле введення загальних даних двигуна.

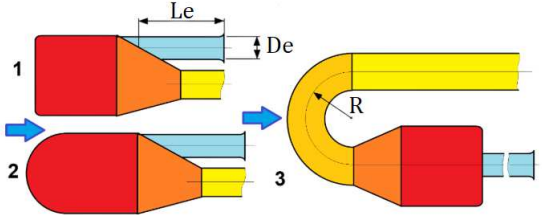
Параметри впускної системи Безклапанний



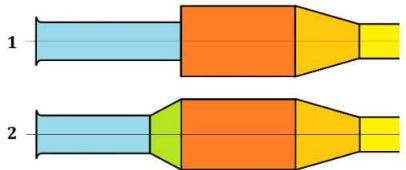
Кількість впускних труб (1 або 2) Nvee

Довжина впускної труби (mm, 280-600) – Безклапанний Le

Діаметр впускної труби (mm, 15-100) De

Форма фронтальної частини камери (Kce) Kce


3 - тороподібна форма двигуна

Вхід у вхідний патрубок з камери згоряння (1 - прямий, 2 - плавний) Nves


2 - smooth

Далі ➡

Рис.10. Поле введення даних впускній системи безклапанного двигуна

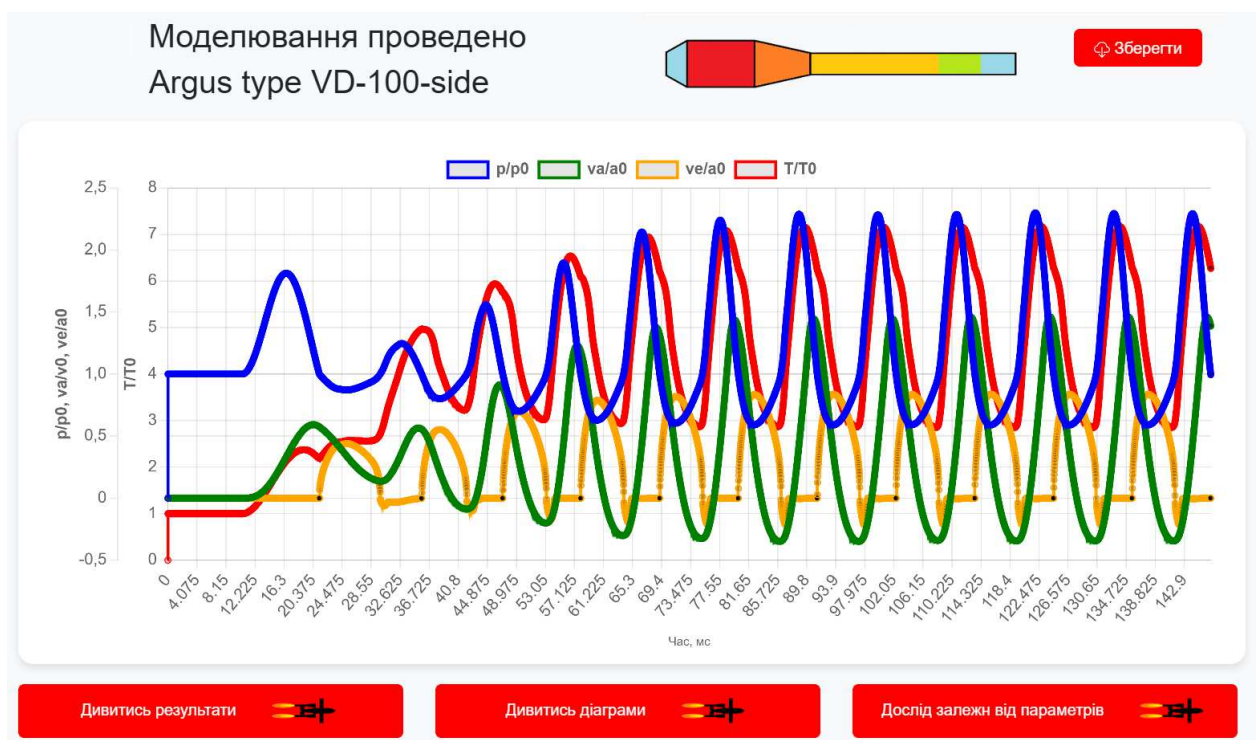


Рис.11. Графічне представлення процесу запуску двигуна та виходу на робочий режим

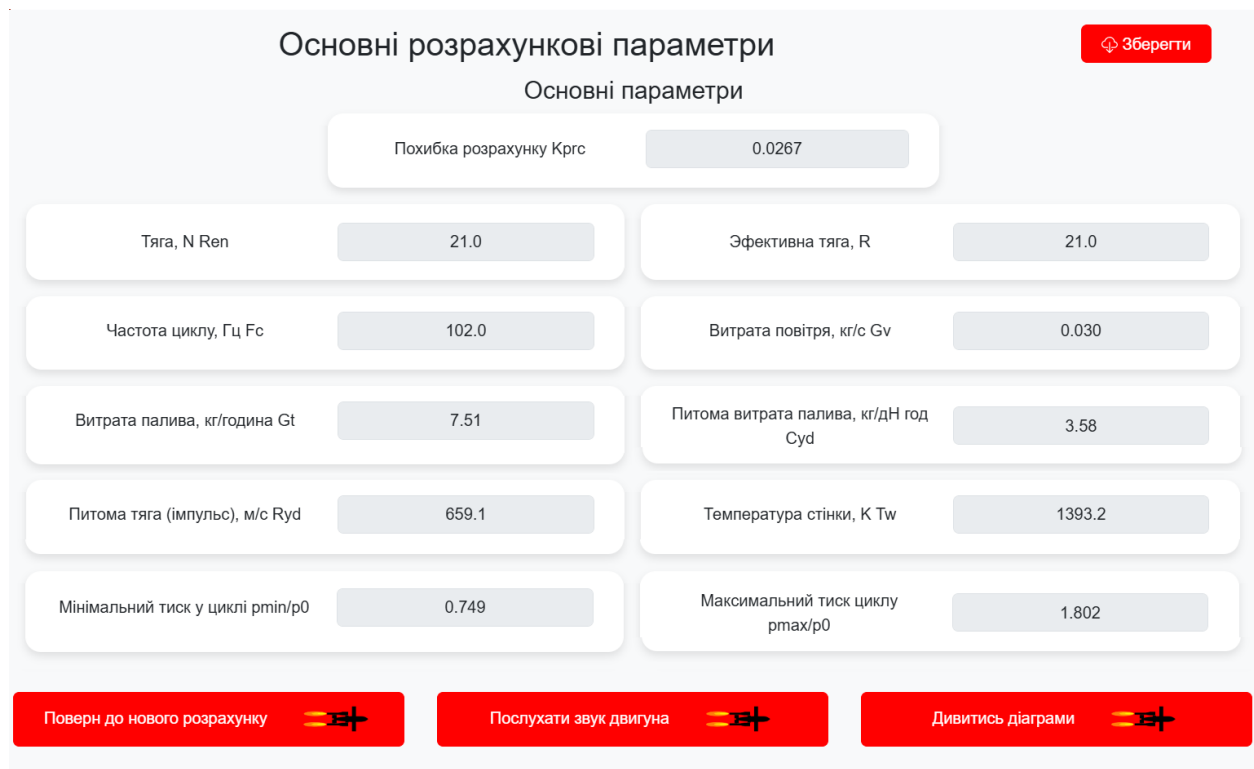


Рис.12. Виведення результатів розрахунку основних параметрів двигуна

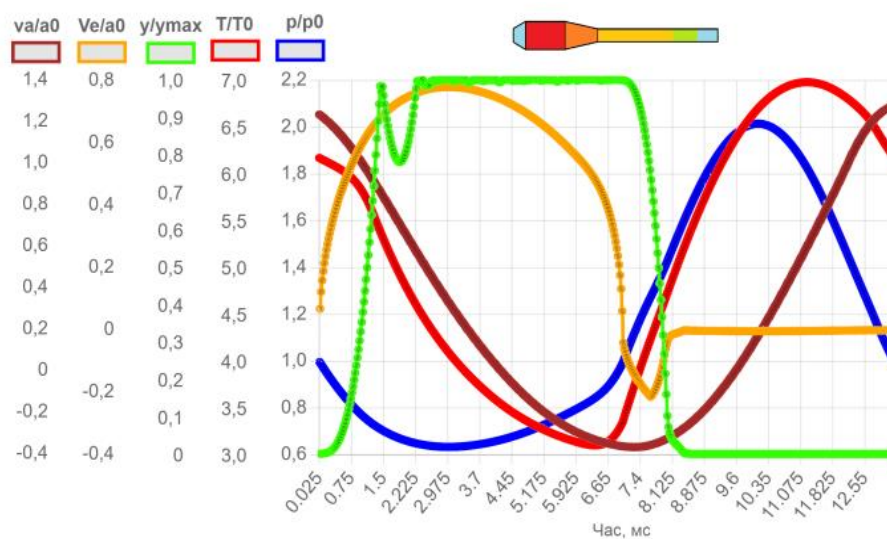


Рис.13. Загальний вигляд зборки діаграм параметрів у циклі, які можуть бути переглянуті та збережені користувачем

У підсумку, виміряна середня тривалість термогазодинамічного прогону Pulsejet-Sim становить 1,8 с на вузлі AMD EPYC 9454 (192 vCPU — virtual CPU, віртуальне процесорне ядро) з кешуванням термодинамічних таблиць — продуктивність, еквівалентна локальному кластеру зі 128 фізичними ядрами, але без затрат на їх придбання та обслуговування. Для науково-дослідних груп це означає більшу кількість

ітерацій DSE (Design-Space Exploration — дослідження простору проектних параметрів) при тій самій бюджетній стелі, а для стартапів — можливість запуску інженерних симуляцій без капітальних інвестицій у власний HPC-кластер.

Наприклад, програма дозволяє обчислити параметричні залежності параметрів та побудувати діаграми понад 300-500 циклів обчислень по 2000 точок кожен протягом кількох секунд (рис.9).

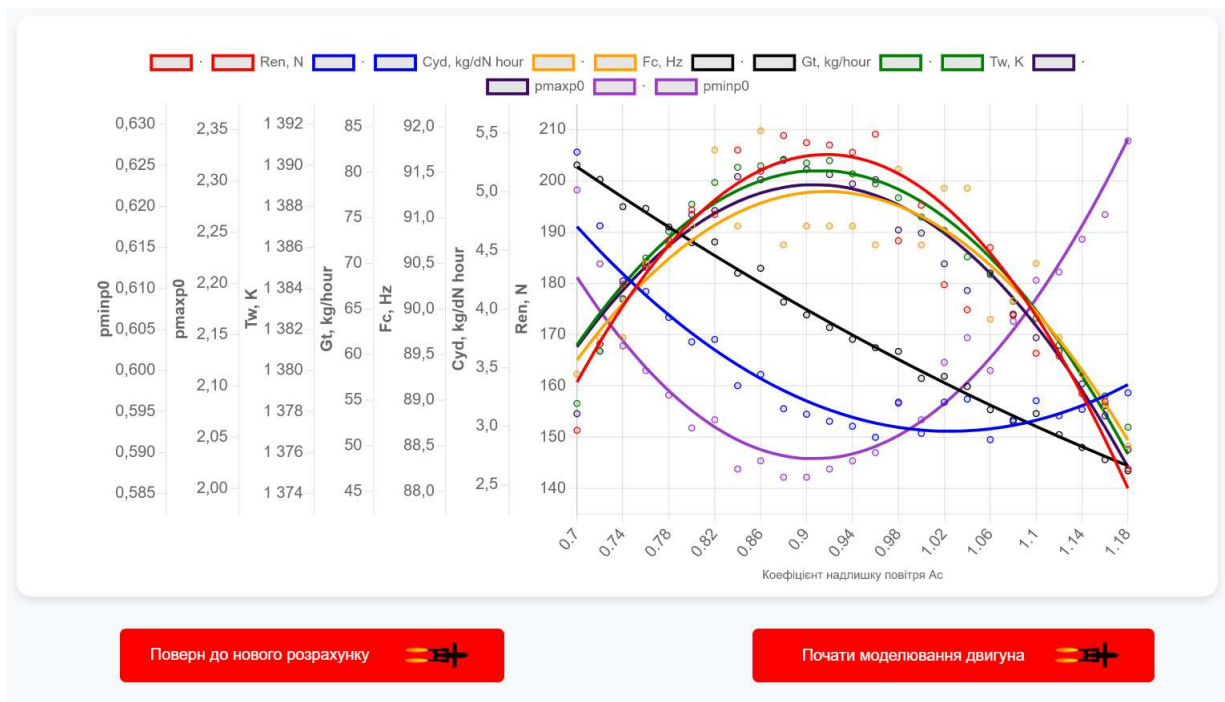


Рис. 14. Загальний вигляд зборки результатів параметричних розрахунків за складом паливоповітряної суміші у програмі Pulsejet-Sim

Для побудови діаграм використовують метод найменших квадратів з функцією виключення випадкових помилок, що перевищують максимально допустиме відхилення.

Таким чином, Pulsejet-Sim демонструє, що поєднання FOSS-стека (Free & Open-Source Software – безкоштовне та відкрите програмне забезпечення) з хмарною архітектурою та покроковим GUI (Graphical User Interface – графічний інтерфейс користувача) робить складні інженерні симуляції доступними як сервіс. Підхід легко масштабувати на суміжні задачі (детонаційні двигуни, пневматичні пускові системи, тощо), де потрібен інтерактивний підбір багатопараметричних моделей у реальному часі.

6. Результати та їх обговорення

Для оцінки ступеня достовірності запропонованої моделі та ефективності застосування програми Pulsejet-Sim були проведені розрахунки робочого процесу різних пульсуючих ПРД із подальшим зіставленням отриманих результатів з експериментальними даними.

Основна проблема цього порівняння у тому, що надійних даних реальних досліджень пульсуючих двигунів вкрай мало. Це пов'язано головним чином з тим, що значна частина проектів пульсуючих двигунів після 2-ої світової війни були скасовані як неперспективні на користь турбореактивних двигунів. Після цього всі подальші розробки виконували, головним

чином, приватні користувачі, фактично в гаражах, де в жодних реальних дослідженнях не було необхідності. Тому, крім сили тяги, вимірної механічним динамометром (!), такі дослідження нічим не примітні, а жодних інших даних, за рідкісними винятками, фактично не було отримано. З іншого боку, як вже зазначено вище, багато наукових робіт не були присвячені дослідженню двигунів для літального апарату. Все це робить наявні дані мало придатними для використання з метою валідації моделі та програми.

Разом з тим слід відзначити значну деталізацію результатів випробувань клапанного двигуна Argus As 014, проведених у США у 2-й половині 40-х років минулого століття. Незважаючи на те, що основні результати таких досліджень [47, 48] були отримані без участі основних німецьких фахівців-розробників [2, 3], вони містять значну кількість цінної інформації про параметри і характеристики цього двигуна. Крім цього, слід зазначити дуже корисні дані досліджень зменшених варіантів двигуна As 014, зокрема серійного двигуна Solar PJ32 для повітряної мішені KD2G-2 Firefly, розробленої для ВМС США [49], хоча ці дані містять деякі невідповідності та вимагають можливої додаткової верифікації деяких неточностей.

З метою попередньої оцінки достовірності моделі було проведено моделювання цих двигунів за умов роботи на стенді ($H = 0$, $v_0 = 0$) для складу паливо-повітряної суміші $\lambda = 0.95$.

Результати моделювання порівняно з відомими даними і наведено в табл. 1.

Табл. 1

Порівняння результатів моделювання клапанних двигунів Argus As 109-014 та Solar PJ32 з експериментальними даними [47, 49]

Двигун	БПЛА	Призначення	Рік розробки	Країна	Параметр	Експеримент	Модель	Похибка моделі
Argus As 109-014	Fieseler Fi-103 (V-1)	Ударний	1943	Німеччина	Тяга, Н	2700-3000	2900	0,0
					Питома тяга, м/с	700-750	710	0,0
					Частота, Гц	48-50	50	0,0
					Питома витрата пал., кг/год*дН	3,2-3,6	3,3	0,0
Solar PJ32	KD2G-2 Firefly	Мішень	1951	США	Тяга, Н	450-500	450	0,0
					Питома тяга, м/с	700-800	735	0,0
					Частота, Гц	70-80	76	0,0
					Питома витрата пал., кг/год*дН	3,0	3,2	0,0

Як це впливає з табл.1, модель у діапазоні розмірів, що розглядаються, дає похибку менше 10% для всіх основних параметрів досліджених двигунів.

Результати порівняння миттєвого тиску в камері згоряння (рис. 15) загалом задовільно збігаються і якісно, і кількісно. За миттєвою витратою повітря (рис.15а) збіг дещо гірший, що при добрій відповідності за іншими параметрами можна пояснити похибкою вимірювання, можливою помилковою обробкою та неточною інтерпретацією результатів вимірювань витрати повітря у роботі [49].

Однак, деякі результати, які дає програма і вже отримані в попередніх дослідженнях, просто нема з чим порівнювати.

Наприклад, не вдалося знайти надійних даних виміру миттєвої температури в камері згоряння (рис.13), хоча методики та обладнання для таких вимірів давно відомі. Те саме стосується й швидкості газу. Немає також достовірних експериментальних даних про динаміку руху пелюстки клапана (рис.16), і особливо – про вплив параметрів пелюстки на параметри двигуна (рис.17). Крім того, у відомих джерелах немає жодних даних залежно від параметрів двигуна від довжини резонансної труби (рис.18а), впускної труби безклапанного двигуна(рис.18б), і багатьох інших розмірів, параметрів і залежностей.

Особливо слід відзначити індикаторну діаграму клапанного та безклапанного двигунів (рис.19), яку дає програма Pulsejet-Sim – не вдалося знайти жодного джерела, де така діаграма була б обчислена та представлена. Вигляд діаграми, а також процеси, які вона описує, в тому числі, на високих швидкостях польоту, вказують на те, що це цикл Ленуара [1], а не

Гамфрі, як це помилково зазначається в деяких роботах [50].

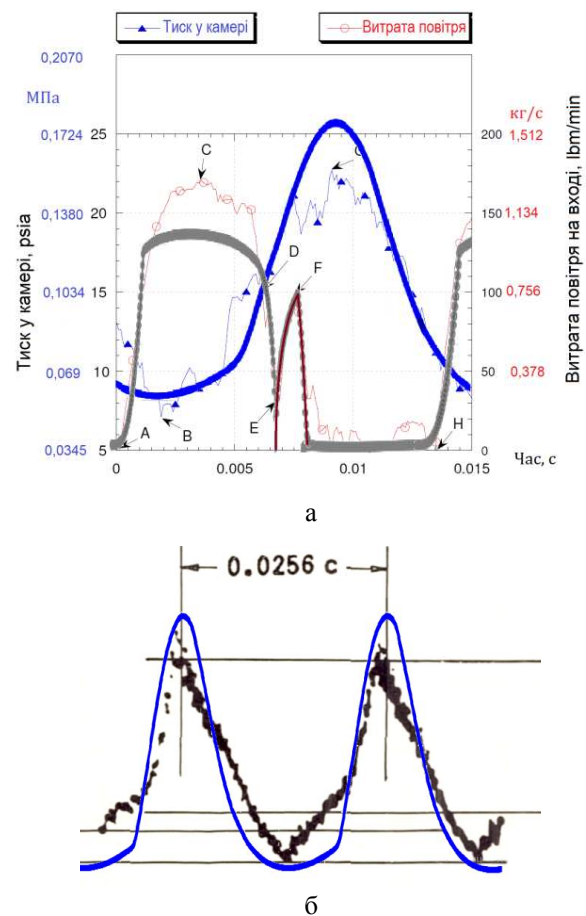


Рис.15. Порівняння експериментальних миттєвих параметрів з результатами моделювання [47, 49]: а - тиск у камері та витрата повітря у двигуна Solar PJ32; б - тиск у камері у двигуна Argus As 014

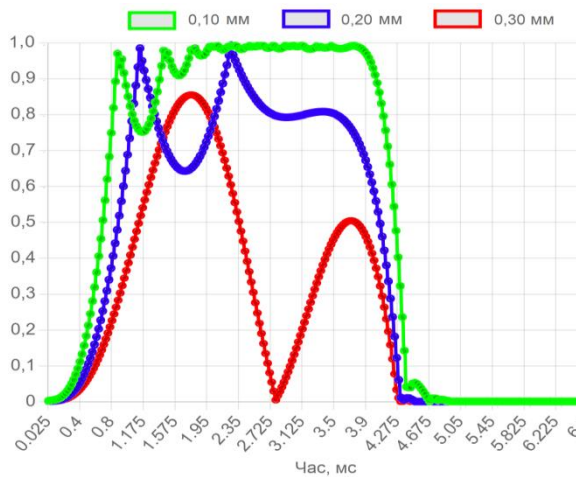


Рис.16. Розрахункові траєкторії підйому пелюстки клапана за його різної товщини для ПуПРД з діаметром резонансної труби 40 мм

При проведенні досліджень також зазначено, що безклапанний двигун має робочий процес, що значно відрізняється від клапанного. Це можна побачити як по діаграмах зміни миттєвих параметрів у циклі, так і по індикаторній діаграмі (рис.19). Крім цього, при моделюванні було виявлено, що проста впускна труба не вимагає пристроїв для блокування зворотного витoku газів з камери через цю трубу (за аналогією з пелюстковими клапанами), потрібно лише правильне «налаштування» розмірів труби, яка при витoku ще й створює додаткову тягу.

Причому програма Pulsejet-Sim зараз є єдиним засобом, що дозволяє моделювати обидва типи двигунів – і клапанний, і безклапанний. Однак поки що виконані лише попередні дослідження, результати яких слід доповнити у майбутньому.

Висновки

1. Виконаний аналіз джерел показує відсутність в даний час працездатних моделей та програм моделювання робочого процесу пульсуючих повітряно-реактивних двигунів, доступних для широкого кола користувачів. З метою створення такої програми, при розробці математичної моделі ПуПРД прийняті спрощувальні припущення, зокрема, рівномірність розподілу термодинамічних параметрів в камері згоряння, об'ємна форма горіння паливо-повітряної суміші і модель «поршневої» аналогії для руху газу по вихлопній трубі. Це дозволило спростити вихідні рівняння нерозривності, руху та енергії, на підставі чого було побудовано запропоновану модель та програму моделювання робочого процесу та параметрів ПуПРД.

2. Розроблено універсальну термодинамічну модель для опису миттєвої зміни тиску та температури з урахуванням змішування потоків, горіння та теплообміну в камері згоряння пульсуючого двигуна клапанного та безклапанного типів. Запис рівнянь, що описують зміну миттєвих параметрів газу, у безрозмірній формі дав можливість знайти безрозмірні критерії подібності робочого процесу пульсуючого двигуна.

3. Розроблено універсальну модель течії повітря через пелюстковий клапан різної конструкції, що враховує динамічні явища, включаючи інерцію та пружний відскок пелюстки від клапанної решітки та обмежувача. У рамках прийнятих припущень методу «поршневої» аналогії розроблено також модель нестационарної течії газу та повітря у резонансній трубі

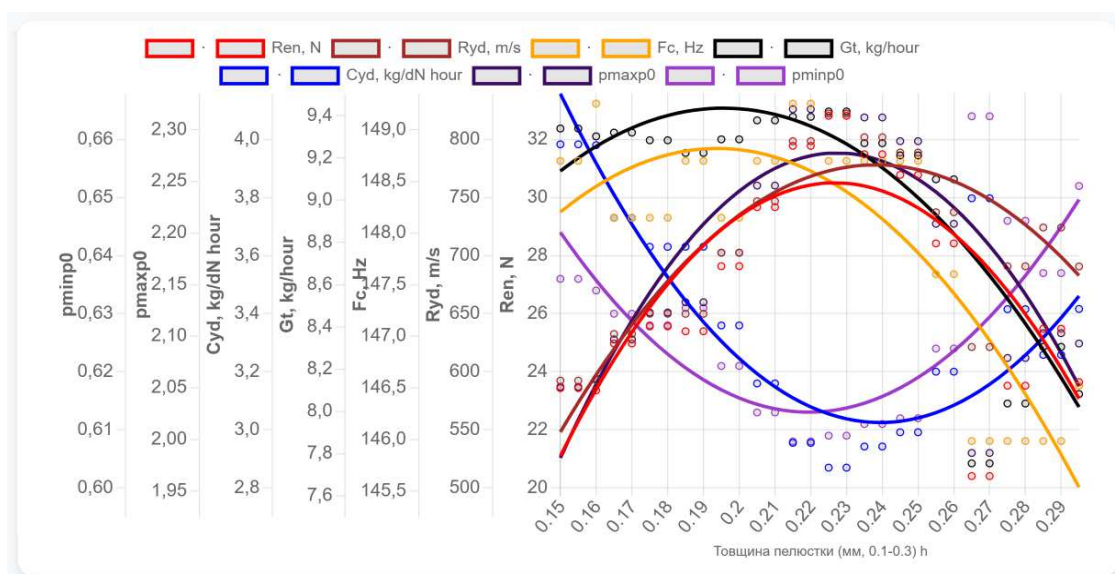


Рис.17. Приклад моделювання параметрів пульсуючого двигуна з діаметром резонансної труби 40 мм від товщини пелюстки

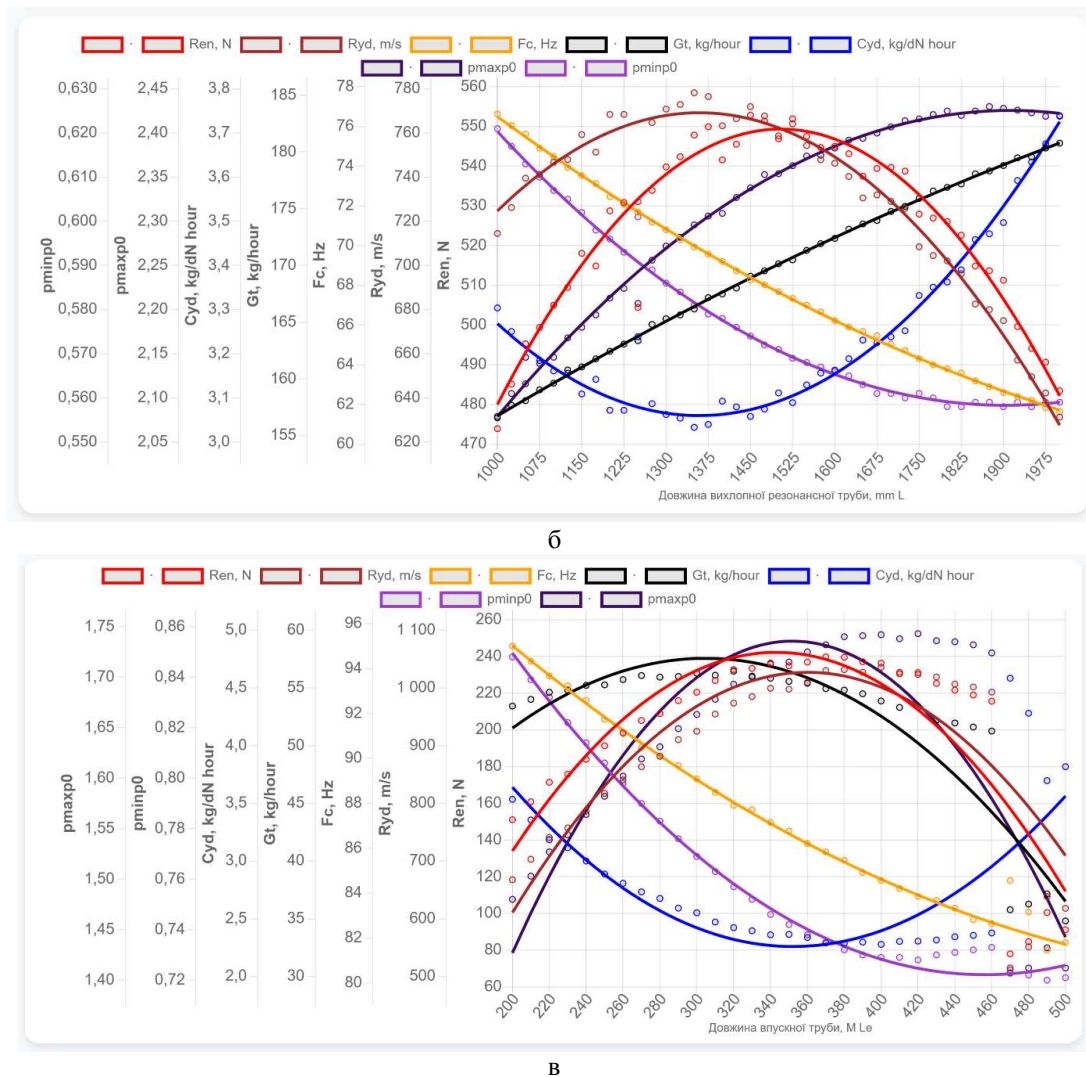


Рис.18. Приклади моделювання у програмі Pulsejet-Sim: параметри клапанного пульсуючого двигуна Solar PJ32 від довжини резонансної труби (а) і ті ж параметри від довжини впускної труби для безклапанного двигуна з розміром резонансної труби 140 x 1000 мм (б)

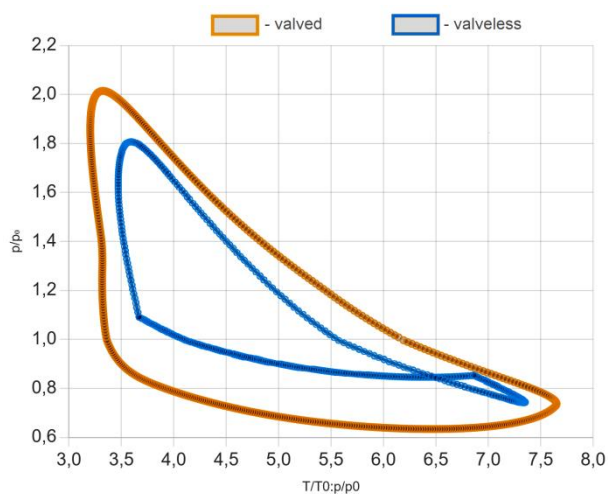


Рис.19. Індикаторні діаграми клапанного (valved) та безклапанного (valveless) двигунів, отримані за допомогою програми Pulsejet-Sim

пульсуючого двигуна та у впускній трубі безклапанного двигуна. Це забезпечило універсальність моделі та вперше дало можливість моделювання двох типів двигунів, як клапанного, так і безклапанного.

4. Вперше розроблено спеціальну онлайн-програму Pulsejet-Sim для моделювання ПуПРД, яка з метою доступу широкого кола користувачів розміщена на спеціальному вебсайті. Програма виконана як веб-орієнтований програмний сервіс, побудований на спеціальній структурі даних із поділом на серверну та клієнтську частини. Архітектура програми була складена з трьох логічних модулів: для покрокового введення параметрів, для збереження фабричних конфігурацій, їх експорту та обміну, а також для асинхронного запуску чисельних обчислень на хмарних вузлах, кешування термодинамічних таблиць та швидкого повернення результатів за час менше 2 с. В результаті, у порівнянні з традиційними

десктопними пакетами та програмами онлайн-програма Pulsejet-Sim не вимагає завантаження в комп'ютер користувача, дозволяє миттєвий розрахунок з використанням серверних ресурсів та безпечно зберігання даних у хмарному сховищі. Така модульна реалізація дає користувачеві можливість швидкого зміни параметрів проекту, надійність валідації та надзвичайно високу мобільність та продуктивність без капітальних витрат на власний апаратний ресурс. Це робить Pulsejet-Sim ефективним інструментом як для працівників дослідних лабораторій та конструкторів БПЛА, так і для студентів освітніх курсів.

5. З використанням програми Pulsejet-Sim виконано попереднє математичне моделювання відомих зразків пульсуючих двигунів, яке показало загалом задовільне якісне та кількісне узгодження з наявними експериментальними даними. Так, порівняння розрахункових параметрів кількох пульсуючих ПРД клапанного типу – тяги, питомої витрати палива та частоти циклів, з експериментальними даними показує, що модель дає помилку менше 10%. Результати моделювання миттєвих параметрів циклу та деяких характеристик також дають загалом задовільний кількісний та якісний збіг з наявними даними. Отримано й раніше невідомі характеристики ПуПРД, включаючи індикаторну діаграму. Однак, внаслідок того, що провести повну верифікацію моделі та програми, у тому числі для безклапанного типу двигуна, через відсутність необхідного обсягу експериментальних даних поки не вдалося, отримані результати слід доповнити у майбутніх дослідженнях.

Внесок авторів: формулювання проблеми – О.Е.Хрулев; огляд та аналіз інформаційних джерел – О.Е.Хрулев, В.В.Мунтян; розробка математичної моделі – О.Е.Хрулев; розробка дизайну сайту – О.Е.Хрулев, В.В.Мунтян; розробка розрахункової програми – В.В.Мунтян; верифікація та аналіз результатів розрахунку – О.Е.Хрулев.

Конфлікт інтересів

Автори заявляють, що немає конфлікту інтересів щодо цього дослідження, фінансового, особистого, авторського чи іншого, який міг би вплинути на дослідження та його результати, представлені в цій статті.

Фінансування

Дослідження проводилося без фінансової підтримки.

Наявність даних

Рукопис містить пов'язані з нею дані в репозиторії даних.

Використання штучного інтелекту

Автори підтверджують, що вони не використовували технології штучного інтелекту при створенні даної роботи.

Усі автори прочитали та погодилися з опублікованою версією рукопису

Література

1. Schmidt, P. *On the history of the development of the Schmidtrohr. A History of German Guided Missiles Development [Text] / P. Schmidt ; ed. by Th. Benecke and A. W. Quick // First Guided Missiles Seminar. – Munich Germany, April, 1956 / Brunswick, Germany, 1957. – P. 375-399.*
2. Gossiau, F. *Development of the V-1 pulse jet. A History of German Guided Missiles Development [Text] / F. Gossiau ; ed. by Th. Benecke and A. W. Quick // First Guided Missiles Seminar. – Munich Germany, April, 1956 / Brunswick, Germany, 1957. – P. 400-418.*
3. Diedrich, G. *The Aero-Resonator Power Plant of the V-1 Flying Bomb. Project SQUID [Text] / G. Diedrich. – Princeton, New Jersey, 1948. – 46 p.*
4. Sánchez, A. A. *Design, construction and testing of a Pulsejet engine (versão final após defesa). Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Aeronáutica (2º ciclo de estudos) [Text] / A. A. Sánchez. – Covilhã, 2022. – 87 p.*
5. Manganiello, E. J. *Endurance tests of a 22-inch-diameter pulse-jet engine with a neoprene-coated valve grid. NACA Memorandum Report E5J03 [Text] / E. J. Manganiello, M. F. Valerino, & J. H. Breisch. – Aircraft Engine Research Laboratory, Cleveland, Ohio, 1945. – 15 p.*
6. Prisacariu, V. *Performance analysis of military flying wing UAV with pulse jet engine [Text] / V. Prisacariu. – Review of the Air Force Academy, 2022. – № 2 (46). – P. 36-47 doi: 10.19062/1842-9238.2022.20.2.4*
7. *XKD5G-1 Target Drone. National Air and Space Museum. Steven F. Udvar-Hazy Center in Chantilly, VA [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://airandspace.si.edu/collection-objects/drone-target-xkd5g-1/nasm_A19660166000. – 05.05.2025.*
8. Lockwood, R. M. *Hiller Pulse Reactor Lift Engine. Final Report. Advanced research. Report NO. ARD 308. [Text] / R. M. Lockwood. - Bureau of Naval Weapons. Propulsion Dept., Contract No. 61-0226-c. 1963. – 230 p.*
9. Mittal, V. *The Novel Pulse Jet Engine Powering The Ukrainian Trembita Missile [Електронний ресурс] / V. Mittal // Forbes, Jan 13, 2025. – Режим доступу:*

<https://www.forbes.com/sites/vikrammittal/2025/01/13/he-novel-pulse-jet-engine-powering-the-ukrainian-trembita-missile/>. – 05.05.2025.

10. Newdick, T. Pulsejet Drone Flies, Could Have Big Impact On Cost Of Future Weapons [Електронний ресурс] / T. Newdick // The War Zone, Mar 6, 2024. – Режим доступу: <https://www.twz.com/news-features/pulsejet-drone-flies-could-have-big-impact-on-cost-of-future-weapons>. – 05.05.2025.

11. Wave Engine Corp [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://wave-engine.com/>. – 05.05.2025.

12. Trembita (cruise missile) [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://en.wikipedia.org/wiki/Trembita_\(cruise_missile\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Trembita_(cruise_missile)). – 05.05.2025.

13. Shultz-Grunow, F. Gas-Dynamic Investigations of the Pulse-Jet Tube. Parts I and II. National Advisory Committee for Aeronautics. Technical Memorandum No. 1131 [Text] / F. Shultz-Grunow. – Technical High School, Aachen, Germany. NACA, Washington, 1947. – 112 p.

14. Method of characteristics [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://en.wikipedia.org/wiki/Method_of_characteristic. – 05.05.2025.

15. Khrulev, A. Determination of gas parameters in resonant pipes and channels of engines with a periodic workflow using the piston analogy method [Text] / A. Khrulev // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 2023. – № 5 (7 (125)). – P. 50–59 doi: 10.15587/1729-4061.2023.288520.

16. Visualization of Valved Pulsejet Combustors and Evidence of Compression Ignition [Text] / V. Anand, J. Jodele, V. Shaw [et al.] // Flow, Turbulence and Combustion, 2020. – № 106 (3). – P. 901–924 doi: 10.1007/s10494-020-00203-4.

17. Щетинков, Е. С. Физика горения газов [Текст] / Е. С. Щетинков. – М.: Наука, 1965. – 744 с.

18. Dynamic Features of Internal and External Flowfields of Pulsejet Engines [Text] / V. Anand, J. Jodele, E. Prisell [et al.] // AIAA Journal, 2020. – № 58 (10). – P. 4204–4211 doi: 10.2514/1.j059685.

19. Meng, X. A state-of-the-art review of pulse combustion: Principles, modeling, applications and R&D issues [Text] / X. Meng, & W. de Jong, T. Kudra // Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2015. – 42 p. doi: 10.1016/j.rser.2015.10.110.

20. Van Heerbeek, P. A. Mathematical Modelling of a Pulse Combustor of the Helmholtz-type [Електронний ресурс] / P. A. Van Heerbeek. – Delft, 2008. – 146 p. – Режим доступу: https://diamhomes.ewi.tudelft.nl/~kviik/numanal/heerbeek_afst.pdf. – 05.05.2025.

21. Mohsen, K. K. Numerical Comparison between Two Tailpipe Shapes of Valved Pulsejet Engine [Text] / K. K. Mohsen, & Z. H. Hussain // ITCSET 2020. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 1094. – 2021 – 13 p. doi: 10.1088/1757-899X/1094/1/012001.

22. Agarwal, A. Modelling & numerical exploration of pulsejet engine using eddy dissipation combustion model [Text] / A. Agarwal, & I. Pitso // Materials Today: Proceedings, 2020. – Vol. 27. – P. 1341–1349. doi: 10.1016/j.matpr.2020.02.620.

23. A fluid-structure interaction solver for the fluid flow through reed type valves [Text] / I. Gonzalez, A. Naseri, J. Rigola [et al.] // 10th International Conference on Compressors and their Systems. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, 2017. – Vol. 232. – 11 p. doi: 10.1088/1757-899X/232/1/012032.

24. Пульсирующие воздушно-реактивные двигатели [Текст]: монография / К. В. Мигалин, А. В. Амброжевич, В. А. Середа [та ін.]; под общ. ред. К. В. Мигалина. – Тольятти, Изд-во ТГУ, 2014. – 296 с.

25. The Jet Engines. Fifth Edition [Text]. – Rolls-Royce plc, Birmingham, 1996. – 278 p.

26. Ahmadian, S. Computational Approach in Sizing of Pulsejet Engine [Електронний ресурс] / S. Ahmadian. – Emirates University, January 2014. – 25 p. – Режим доступу: <https://www.researchgate.net/publication/284511823>. – 05.05.2025.

27. Simpson, B. The Enthusiast's Guide to Pulsejet Engines. [Електронний ресурс] / B. Simpson. – 2004. – 106 p. – Режим доступу: <https://www.academia.edu/28974608/Pjbookrev2a>. – 05.05.2025.

28. Lotus Engineering Software – An Approach to Model-Based Design [Електронний ресурс] / R. J. Pearson, M. D. Bassett, N. P. Fleming, & T. Rodemann // The 2002 North American ADAMS Conference in Scottsdale. Arizona, 2002. – Режим доступу: <https://ru.scribd.com/document/215011237/Lotus-Paper>. – 05.05.2025.

29. GasTurb 14. Design and Off-Design Performance of Gas Turbines [Електронний ресурс]. – GasTurb GmbH. 2023. – 379 p. – Режим доступу: <https://gasturb.com/Downloads/Manuals/GasTurb14.pdf>. – 05.05.2025.

30. Хрулев, О. Е. Аналіз можливості застосування комерційних мікротурбореактивних двигунів для високошвидкісних малорозмірних БПЛА оперативно-тактичного рівня [Текст] / О. Е. Хрулев // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2023. – №4, спецвипуск 2 (190). – С. 5-18. doi: 10.32620/akt.2023.4sup.01.

31. Revisiting the Argus pulsejet engine of V-1 buzz bombs: An experimental investigation of the first mass-produced pressure gain combustion device [Text] / V. Anand, J. Jodele, & A. Zakh [et al.] // Experimental Thermal and Fluid Science, 2019. – Vol. 109. – P. 109910. doi: 10.1016/j.expthermflusci.2019.109910.

32. Cavcar, M. The International Standard Atmosphere (ISA) [Електронний ресурс] / M. Cavcar. –

7 p. – Режим доступу: <http://fisicaatmo.at.fcen.uba.ar/practicar/ISAweb.pdf>. – 05.05.2025.

33. Khrulev, A. Modeling Work-Flow of the “Cylinder-Piston” Type Devices Using a Universal Thermodynamic Model [Text] / A. Khrulev // *Evolutions Mech Eng.*, 2024. – № 5(4). – 8 p. doi: 10.31031/EME.2024.05.000618.

34. Idelchik, I. E. Handbook of hydraulic resistance. Coefficients of local resistance and of friction [Text] / I. E. Idelchik. – New York: Israel Program for Scientific Translations Ltd., 1966. – 517 p.

35. Technical condition assessment and modelling of reed valves in vehicle engine intake systems [Text] / O. Kravchenko, A. Khrulev, J. Gerlici [et al.] // *Communications. Mechanical Engineering in Transport*, 2024. – № 27 (1). – P. B41-B52. doi: 10.26552/com.C.2025.006.

36. Modeling of thermodynamic processes in internal combustion engine cylinder during cranking in compression measurement tests [Text] / A. Khrulev, O. Saraiev, I. Saraieva, & O. Vorobiov // *Combustion Engines*. 2024. – № 198(1). – P.98-109. doi: 10.19206/CE-187380.

37. Babu, V. Fundamentals of Gas Dynamics (2nd Edition) [Text] / V. Babu. – Chichester, John Wiley & Sons Ltd, 2015. – 262 p.

38. Писаренко, Г. С. Опис матеріалів [Текст] / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, & Е. С. Уманський ; за ред. Г. С. Писаренка. – 2-ге вид., допов. і переробл. – К. : Вища шк., 2004. – 655 с.

39. Khrulev, A. Mathematical modeling of reed valve operation in engines with periodic workflow [Text] / A. Khrulev // *Integration of science as a mechanism of effective development: Proceeding of the 11th International scientific and practical conference, November 28 - December 01, 2023. – Helsinki, Finland/ International Science Group, 2023. – P. 389-395.*

40. Rohsenow, W. M. Handbook of Heat Transfer. Third Edition [Text] / W. M. Rohsenow, J. P. Hartnett, & Y. I. Cho. – New York, McGraw-Hill, 1998. – 1500 p.

41. Janna, W. S. Engineering Heat Transfer. Third Edition [Text] / W. S. Janna. – New-York, CRC Press, 2009. – 980 p.

42. Lienhard-IV, J. H. A Heat Transfer Textbook. Third Edition [Text] / J. H. Lienhard-IV, & J. H. Lienhard-V. – Cambridge, MA, Phlogiston Press, 2008. – 750 p.

43. Khrulev, A. E. The method of expert assessment of the technical condition of an automobile engine after overheating [Text] / A. E. Khrulev, & O. V. Saraev // *Automobile transport*, 2021. – № 48. – P. 5-16. doi: 10.30977/AT.2219-8342.2021.48.0.5.

44. Biringen S., Chow C. An Introduction to Computational Fluid Mechanics by Example [Text] / S. Biringen, & C. Chow // John Wiley & Sons, 2011. –

310 p. doi: 10.1002/9780470549162

45. Hoerner, S. F. Fluid-Dynamic Drag. Practical Information on Aerodynamic Drag and Hydrodynamic Resistance: theoretical, experimental and statistical information [Text] / S. F. Hoerner. – Library on Congress Catalog Card Number 64-19666, 1992. – 455 p.

46. Pulsejet-Sim: Pulsejet Engine Workflow Simulation Program [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://pulsejet-sim.com>. – 05.05.2025.

47. Sea-Level Performance Tests of a 22-inch-Diameter Pulse-Jet Engine at Various Simulated Ram Pressures [Text] / E. J. Manganiello, F. Michael M. F. Valerino, & R. H. Essig. – Aircraft Engine Research Laboratory. Cleveland, Ohio. Memorandum Report E5J02, NACA, Washington, 1945. – 39 p.

48. Valerino, M. F. The Effect of Increase in Combustion-Air Inlet Temperature from 80° to 130° F on the Sea-Level Performance of a 22-inch-Diameter Pulse-Jet Engine / M. F. Valerino, R. H. Essig, & R. F. Hughes. – Aircraft Engine Research Laboratory. Cleveland, Ohio. Memorandum Report E6G01, NACA, Washington, 1946. – 19 p.

49. Assessment of the Performance of a Pulsejet and Comparison with a Pulsed-Detonation Engine [Text] / P. J. Litke, F. R. Schauer, D. E. Paxson [et al.] – 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit. January 10-13, 2005, Reno, Nevada, 2005. – 10 p. doi: 10.2514/6.2005-228.

50. Імпульсно-детонаційні двигуни: сучасний стан і результати дослідження. Ч. 1. Сучасний стан [Текст] : монографія / А. А. Халатов, О. Ф. Немчин, С. Г. Кобзар [та ін.] ; під ред. академіка НАН України, д.т.н., проф. А. А. Халатова. – Дніпро : Ліра, 2024. – 88 с.

References

1. Schmidt, P. On the history of the development of the Schmidtrohr. A History of German Guided Missiles Development ; ed. by Th.Benecke and A.W.Quick. First Guided Missiles Seminar. Munich Germany, April, 1956 / Brunswick, Germany, 1957, pp. 375-399.

2. Gossiau, F. Development of the V-1 pulse jet. A History of German Guided Missiles Development ; ed. by Th.Benecke and A.W.Quick. First Guided Missiles Seminar. Munich Germany, April, 1956 / Brunswick, Germany, 1957, pp. 400-418.

3. Diedrich, G. The Aero-Resonator Power Plant of the V-1 Flying Bomb. Project SQUID. Princeton, New Jersey, 1948. 46 p.

4. Sánchez, A.A. Design, construction and testing of a Pulsejet engine (versão final após defesa). Dissertação para obtenção do Grau de Mestre em Engenharia Aeronáutica (2º ciclo de estudos). Covilhã,

2022. 87 p.

5. Manganiello, E.J., Valerino, M.F., Breisch, J. H. *Endurance tests of a 22-inch-diameter pulse-jet engine with a neoprene-coated valve grid*. NACA Memorandum Report E5J03. Aircraft Engine Research Laboratory, Cleveland, Ohio, 1945. 15 p.

6. Prisacariu, V. Performance analysis of military flying wing UAV with pulse jet engine. *Review of the Air Force Academy*, 2022, no.2 (46), pp. 36-47. doi: 10.19062/1842-9238.2022.20.2.4

7. XKD5G-1 Target Drone. National Air and Space Museum. Steven F. Udvar-Hazy Center in Chantilly, VA. Available at: https://airandspace.si.edu/collection-objects/drone-target-xkd5g-1/nasm_A19660166000 (accessed 05.05.2025)

8. Lockwood, R.M. *Hiller Pulse Reactor Lift Engine*. Final Report. Advanced research. Report No. ARD 308. Bureau of Naval Weapons. Propulsion Dept. Contract NOw 61-0226-c. 1963. 230 p.

9. Mittal, V. *The Novel Pulse Jet Engine Powering The Ukrainian Trembita Missile*. Forbes, Jan 13, 2025. Available at: <https://www.forbes.com/sites/vikrammittal/2025/01/13/the-novel-pulse-jet-engine-powering-the-ukrainian-trembita-missile/> (accessed 05.05.2025)

10. Newdick, T. *Pulsejet Drone Flies, Could Have Big Impact On Cost Of Future Weapons*. The War Zone, Mar 6, 2024. Available at: <https://www.twz.com/news-features/pulsejet-drone-flies-could-have-big-impact-on-cost-of-future-weapons> (accessed 05.05.2025)

11. *Wave Engine Corp*. Available at: <https://wave-engine.com/> (accessed 05.05.2025)

12. *Trembita (cruise missile)*. Available at: [https://en.wikipedia.org/wiki/Trembita_\(cruise_missile\)](https://en.wikipedia.org/wiki/Trembita_(cruise_missile)) (accessed 05.05.2025)

13. Shultz-Grunow, F. *Gas-Dynamic Investigations of the Pulse-Jet Tube. Parts I and II. National Advisory Committee for Aeronautics*. Technical Memorandum No. 1131. Technical High School, Aachen, Germany. NACA, Washington, 1947. 112 p.

14. *Method of characteristics*. Available at: https://en.wikipedia.org/wiki/Method_of_characteristics (accessed 05.05.2025)

15. Khrulev, A. Determination of gas parameters in resonant pipes and channels of engines with a periodic workflow using the piston analogy method. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*, 2023, no. 5 (7 (125)), pp. 50–59. doi: 10.15587/1729-4061.2023.288520

16. Anand, V., Jodele, J., Shaw, V., Russell, A., Prisell, E., Lyrnell, O., & Gutmark, E. Visualization of Valved Pulsejet Combustors and Evidence of Compression Ignition. *Flow, Turbulence and Combustion*, 2020, no. 106 (3), pp. 901–924. doi: 10.1007/s10494-020-00203-4.

17. Schetnikov, E. S. *Physics of Gas Combustion*. Publishing House "Nauka", Moscow, 1965. 744 p. (in Russian).

18. Anand, V., Jodele, J., Prisell, E., Lyrnell, O., Gutmark, & E. Dynamic Features of Internal and External Flowfields of Pulsejet Engines. *AIAA Journal*, 2020, no. 58 (10), pp. 4204–4211. doi: 10.2514/1.j059685.

19. Meng, X., de Jong, W., & Kudra, T. A state-of-the-art review of pulse combustion: Principles, modeling, applications and R&D issues. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2015. 42 p. doi: 10.1016/j.rser.2015.10.110.

20. Van Heerbeek, P. A. *Mathematical Modelling of a Pulse Combustor of the Helmholtz-type*. Delft, 2008. 146 p. Available at: https://diamhomes.ewi.tudelft.nl/~kviuk/numanal/heerbeek_afst.pdf (accessed 05.05.2025)

21. Mohsen, K. K., & Hussain, Z. H. Numerical Comparison between Two Tailpipe Shapes of Valved Pulsejet Engine. *INTCSET 2020. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2021. 13 p. doi: 10.1088/1757-899X/1094/1/012001.

22. Agarwal, A., Pitso, I. Modelling & numerical exploration of pulsejet engine using eddy dissipation combustion model. *Materials Today: Proceedings*. Materials Today: Proceedings, 2020, vol, 27, pp. 1341–1349. doi: 10.1016/j.matpr.2020.02.620.

23. Gonzalez, I., Naseri, A., Rigola, J., Perez-Segarra, C.D., & Oliva, A. A fluid-structure interaction solver for the fluid flow through reed type valves. *10th International Conference on Compressors and their Systems. IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering*, 2017, vol. 232. 11 p. doi: 10.1088/1757-899X/232/1/012032.

24. Migalin, K. V., Ambrozhevich, A. V., Sereda, V. A., Larkov, S. N., Boychuk, I. P., Kartashev, A. S., & Silevich, V. Yu. *Pulsejet air-breathing engines: monograph*. Under the gen. ed. of K.V. Migalin. Tolyatti, TSU Publ. House, 2014. 296 p. (in Russian)

25. *The Jet Engines*. Fifth Edition. Rolls-Royce plc, Birmingham, 1996. 278 p.

26. Ahmadian, S. *Computational Approach in Sizing of Pulsejet Engine*. Emirates University, January 2014. 25 p. Available at: <https://www.researchgate.net/publication/284511823> (accessed 05.05.2025)

27. Simpson, B. *The Enthusiast's Guide to Pulsejet Engines*. 2004. 106 p. Available at: <https://www.academia.edu/28974608/Pjbookrev2a> (accessed 05.05.2025)

28. Pearson, R. J., Bassett, M. D., Fleming, N. P., & Rodemann, T. Lotus Engineering Software – An Approach to Model-Based Design. *The 2002 North American ADAMS Conference in Scottsdale*. Arizona. 2002. Available at: <https://ru.scribd.com/document/>

215011237/Lotus-Paper (accessed 05.05.2025)

29. GasTurb 14. Design and Off-Design Performance of Gas Turbines. GasTurb GmbH, 2023. 379 p. Available at: <https://gasturb.com/Downloads/Manuals/GasTurb14.pdf> (accessed 05.05.2025)

30. Khrulev, O. Analysis of possibility of using commercial micro turbojet engines for high-speed small-sized operational-tactical UAVs. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologija – Aerospace technic and technology*, 2023, no. 4sup2 (190), pp. 5-18. doi: 10.32620/aktt.2023.4sup2.01.

31. Anand, V., Jodele, J., Zakh, A., Geller, A., Prisell, E., & Lyrsell, O., Gutmark, E. Revisiting the Argus pulsejet engine of V-1 buzz bombs: An experimental investigation of the first mass-produced pressure gain combustion device. *Experimental Thermal and Fluid Science*, December 2019, vol. 109, article no. 109910. doi: 10.1016/j.expthermflusci.2019.109910.

32. Cavcar, M. *The International Standard Atmosphere (ISA)*. 7 p. Available at: <http://fisicaatmo.at.fcen.uba.ar/practicas/ISAweb.pdf> (accessed 05.05.2025)

33. Khrulev, A. Modeling Work-Flow of the “Cylinder-Piston” Type Devices Using a Universal Thermodynamic Model. *Evolutions Mech Eng.* EME.000618, 2024, no. 5(4). 8 p. doi: 10.31031/EME.2024.05.000618.

34. Idelchik, I. E. *Handbook of hydraulic resistance. Coefficients of local resistance and of friction*. New York: Israel Program for Scientific Translations Ltd., 1966. 517 p.

35. Kravchenko, O., Khrulev, A., Gerlici, J., Saraiev, O., & Danets, S. Technical condition assessment and modelling of reed valves in vehicle engine intake systems. *Communications. Mechanical Engineering in Transport*, 2024, vol. 27 (1), pp. B41-B52 doi: 10.26552/com.C.2025.006.

36. Khrulev, A., Saraiev, O., Saraieva, I., & Vorobiov, O. Modeling of thermodynamic processes in internal combustion engine cylinder during cranking in compression measurement tests. *Combustion Engines*. 2024, vol. 198(1), pp. 3-14. doi: 10.19206/CE-187380.

37. Babu, V. *Fundamentals of Gas Dynamics* (2nd Edition). Chichester, John Wiley & Sons Ltd, 2015. 262 p.

38. Pisarenko, G.S., Kvitka, O. L., & Umansky, E. C. *Streight of Materials*. 2 ed. Kyiv, Vyscha Shk., 2004. 655 p. (in Ukrainian).

39. Khrulev, A. Mathematical modeling of reed valve operation in engines with periodic workflow. Integration of science as a mechanism of effective development: *Proceeding of the 11th International*

scientific and practical conference, November 28 - December 01, 2023, Helsinki, Finland/ International Science Group, Helsinki, 2023, pp. 389-395.

40. Rohsenow, W. M., Hartnett, J. P., & Cho, Y. I. *Handbook of Heat Transfer*. Third Edition. New York, McGraw-Hill, 1998. 1500 p.

41. Janna, W. S. *Engineering Heat Transfer*. Third Edition. New-York, CRC Press, 2009. 980 p.

42. Lienhard-IV, J. H., & Lienhard-V, J.H. *A Heat Transfer Textbook*. Third Edition. Cambridge, MA, Phlogiston Press, 2008. 750 p.

43. Khrulev, A. E., & Saraev, O. V. The method of expert assessment of the technical condition of an automobile engine after overheating. *Automobile transport*, 2021, vol. 48, pp. 5-16. doi: 10.30977/AT.2219-8342.2021.48.0.5.

44. Biringen, S., & Chow, C. *An Introduction to Computational Fluid Mechanics by Example*. John Wiley & Sons, 2011. 310 p. doi: 10.1002/9780470549162.

45. Hoerner, S.F. *Fluid-Dynamic Drag. Practical Information on Aerodynamic Drag and Hydrodynamic Resistance: theoretical, experimental and statistical information*. Library on Congress Catalog Card Number 64-19666, 1992. 455 p.

46. *Pulsejet-Sim: Pulsejet Engine Workflow Simulation Program*. Available at: <https://pulsejet-sim.com> (accessed 05.05.2025)

47. Manganiello, E. J., Michael, F. Valerlino, M. F., & Essig, R. H. *Sea-Level Performance Tests of a 22-inch-Diameter Pulse-Jet Engine at Various Simulated Ram Pressures*. Aircraft Engine Research Laboratory. Cleveland, Ohio. Memorandum Report E5J02, NACA, Washington, 1945. 39 p.

48. Valerino, M. F., Essig, R. H., & Hughes, R. F. *The Effect of Increase in Combustion-Air Inlet Temperature from 80° to 130° F on the Sea-Level Performance of a 22-inch-Diameter Pulse-Jet Engine*. Aircraft Engine Research Laboratory. Cleveland, Ohio. Memorandum Report E6G01, NACA, Washington, 1946. 19 p.

49. Litke, P. J., Schauer, F. R., Paxson, D. E., Bradley, R. P., Hoke J. L. Assessment of the Performance of a Pulsejet and Comparison with a Pulsed-Detonation Engine. *43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. January 10-13, 2005, Reno, Nevada, 10 p. doi: 10.2514/6.2005-228.

50. Khalatov, A. A., Nemchin, A. F., Kobzar, S. G., Kuzmin, A. V., & Borisov, I. I. *Pulse Detonation Engines: Current State and Results of Studies. Part 1: Current State*; ed. Khalatov A.A. Dnipro: LIRA, 2024. 88 p.

DEVELOPMENT OF UNIVERSAL MATHEMATICAL MODEL AND COMPUTER PROGRAM FOR ONLINE MODELING OF VALVED AND VALVELESS PULSE JET ENGINES*Olexander Khrulev, Valeriy Muntyan*

In connection with the appearance of new projects of unmanned aerial vehicles (UAVs) with a pulse jet engine, modeling their parameters and characteristics becomes relevant. However, despite a large number of research works and developed theoretical models of the working process, no calculation programs suitable for wide practical use and modeling of a pulse jet engine have been created for many years. Therefore, the **subject of** this work was valved and valveless pulse jet engines, and **the goal of the work** is to create a mathematical model and a real online program for modeling the working cycle of a pulse jet engine, available to a wide range of users. Therefore, it was necessary to solve the following problems: develop a mathematical model of processes in the combustion chamber, intake system, and resonance tube of a pulse jet engine, develop and debug an engine modeling program, place it on a special website, and model known engines to verify the model. **Research methods.** The model is based on the thermodynamic model of the process of volumetric combustion and gas exchange in the combustion chamber, on the method of "piston" analogy for non-stationary gas and air flow in the resonance pipe of the pulse jet engine and in the valveless engine's intake pipe. The model includes a mathematical description of the dynamics of the valve petal movement and the non-stationary process of heat exchange with the walls. **Results.** The first developed special online program Pulsejet-Sim, built on a special data structure with division into server and client parts, provides the implementation of the model. The program is implemented as a web-oriented software service that does not require downloading to the user's computer compared to traditional desktop packages and programs. This allows instant calculations using server resources and secure data storage in the cloud. **Conclusions.** With the help of the developed program, preliminary mathematical modeling of known pulse jet engines has been performed, which has shown satisfactory qualitative and quantitative agreement between the modeling results (error less than 10%) and the available experimental data on the main parameters. Previously unknown characteristics of pulse jet engines, including the indicator diagram, were obtained.

Keywords: UAV; pulse jet engine; pulsejet; valved; valveless; piston analogy model; indicator diagram.

Хрулев Олександр Едуардович – канд. техн. наук, старш. наук. співроб., керівник Міжнародного моторного бюро, Немішаєве, Київська обл., Україна.

Мунтян Валерій Валентинович – керівник проектів Міжнародного моторного бюро, Немішаєве, Київська обл., Україна.

Olexander Khrulev – PhD, Senior Researcher, Head of the International Motor Bureau, Nemishaeve, Kyiv region, Ukraine,
e-mail: info@engine-expert.com, ORCID: 0000-0002-6841-9225.

Valeriy Muntyan – Project Manager of the International Motor Bureau, Nemishaeve, Kyiv region, Ukraine,
e-mail: mvv.prog@gmail.com.